1. 0115

Math 1264

II 9
572

2008.3

Johann Baptist Lechner's
vollständiges
Rechenbuch,
enthaltend:

Das Numeriren und die vier Grundrechnungsarten mit ganzen unbenannten und benannten Zahlen, die Eintheilungen der baierischen Maaße und Gewichte und der vorzüglichsten Münzen, die gemeinen Brüche, die Auflösungen der verschiedenen Aufgaben der Regel-Detri nach dem gewöhnlichen und dem reesischen Ansatze, das Ausziehen der Quadrat- und Kubik-Wurzeln, und mehrere andere im gemeinen Leben vorkommende Rechnungsfälle; als die Zeit- und Durchschnitts-Rechnung, die einfache und zusammengesetzte Gesellschafts-Regel mit den Steuer-Brandassekuranz- und Vermischungs-Rechnungen, die Zins- und Liedlohns-Rechnung, die Inventions-Progressions- und Ambulations-Regel, die Verbindungs-Tausch- und Wechsel-Rechnung, die Regula-Falsi mit Angabe einiger Rechnungsvortheile, nebst einem Anhange verschiedener Zahlverhältnisse zur Berechnung und Verfertigung der Uhren.

Neu bearbeitet und vermehrt

von

Johann von Gott Bundschue,

Doktor der Philosophie und Lyzeal-Professor der höhern Mathematik, wie auch erstem Professor an dem königl. baier. Gymnasium zu Kempten, und korrespondirendes Mitglied der allgemeinen kammeralistisch-ökonomischen Gesellschaft zu Erlangen.

Fünf und zwanzigste, einzig rechtmäßige Original-Auflage.

Augsburg, 1823.

J. Wolffische Buchhandlung.

Vorrede.

So sehr ich bei der gegenwärtigen neuen Auflage des allgemein bekannten und beliebten Lechnerschen Rechenbuches rücksichtlich der Sprache und der Anordnung der einzelnen Theile, so wie in Betreff der Darstellung und Erläuterung der Regeln Abänderungen treffen mußte, so erscheint doch das Buch, im Ganzen genommen, in seiner vorigen Gestalt, und enthält mit einigen Erweiterungen alle Zweige, welche in den früheren Auflagen vorkamen, so daß es sich ganz wieder für sein voriges Publikum eignet, und als ein wahres Volksrechenbuch von Jedermann benüzt werden kann.

Man darf mir keinen Vorwurf machen, und es nicht rügen, wenn ich nach dem Wunsche des Herrn Verlegers bei der Verfassung dieser Auflage nicht auf einen streng wissenschaftlichen, sondern vielmehr auf einen faßlichen und populären Vortrag bedacht war, und deßhalb, besonders bei dem Ansatze der Aufgaben der Regel-Detri, ohne genaue Anwendung der geometrischen Pro-

portionslehre nach der alten Methode verfahre, an welche die gemeinen und ungeübten Rechner nun einmal schon gewöhnt sind. Wer über die berührten Zweige eine ausführlichere Behandlung, und eine wissenschaftliche Darstellung mit den Beweisefürungen verlangt, den verweise ich auf die vier Theile meines Lehrbuches der Arithmetik, von welchem bei Herrn Dannheimer in Kempten so eben auch der vierte Theil in einer neuen Auflage die Presse verläßt, und das am Ende dieses Buches mit den übrigen von mir herausgegebenen Schriften angezeigt ist.

Zur Uebung im Rechnen und zur stäten Anwendung der vorgetragenen Regeln sind Sammlungen zweckmäßig gewählter Aufgaben für Lehrer und Schüler sehr vortheilhaft. In Absicht auf die in diesem Rechenbuche vorkommenden Theile der niederen Arithmetik empfiehlt sich wegen des geringen Preises und der guten Auswahl der Beispiele Steinle's Sammlung praktischer Aufgaben, welche dieses Jahr bei dem nämlichen Herrn Dannheimer dahier in Oktav erschienen ist, und ohne die Auflösung der Aufgaben 6, mit dieser 12 kr. kostet.

Kempten, den 20. Mai 1822.

Dr. Joh. Bundschue.

Inhalt.

I. Hauptstück.

Vom Numeriren, und von den vier Rechnungarten ganzer Zahlen mit Dingen von gleicher Benennung.

Seite

I. Abschnitt. Vom Numeriren, oder dem Anschreiben, und Aussprechen der Zahlen §. 1. bis §. 9. 1

II. Abschnitt. Von der Addition oder Zusammenzählung. §. 10 bis §. 15. . . . 19

III. Abschnitt. Von der Subtraktion oder Abziehung gleichbenannter ganzer Zahlen §. 16. bis §. 22. 37

IV. Abschnitt. Von der Multiplikation oder Vermehrung gleichbenannter Zahlen. §. 23. bis §. 31. 49

V. Abschnitt. Von der Division oder Theilung gleichbenannter Zahlen. §. 32. bis §. 43. 71

II. Hauptstück.

Von den vier Rechnungsarten mit ungleich benannten Zahlen.

Seite

I. Abschnitt. Von Reduziren niederer Einheiten auf höhere, und höherer Einheiten auf niedere. §. 44. bis §. 47. . . . 98

II. Abschnitt. Die vier Rechnungsarten ungleichbenannter Zahlen. §. 48. bis §. 59. . 111

III. Abschnitt. Aufgaben der Regel-Detri ohne Brüche zur Uebung im Multipliziren und Dividiren mit benannten Zahlen, wie auch die Zeit- und Durchschnitts-Rechnung. §. 60. bis §. 70. 156

III. Hauptstück.

Von den gemeinen Brüchen.

I. Abschnitt. Vorläufige Erklärung und Aufgaben als Einleitung zu den vier Rechnungsarten mit gemeinen Brüchen. §. 71. bis §. 84. 203

II. Abschnitt. Die vier Spezies oder Rechnungsarten mit gemeinen Brüchen. §. 85. bis §. 91. 241

a.) Regeln der Addition der Brüche. §. 85. 241

b.) Regeln der Subtraktion der Brüche §. 86. 246

c.) Regeln der Multiplikation der Brüche. §. 87. 252

d.) Regeln der Division der Brüche. §. 88. 256

1.) Verwandlung der zusammengesetzten oder gebrochenen Brüche in einfache §. 89. . 259

Seite
2.) Brüche reesisch mit einander zu multipliziren
§. 90. 260
3.) Brüche reesisch mit einander zu dividiren
§. 91. 265

IV. Hauptstück.

Von der Anwendung der vier Rechnungsarten mit ganzen und gebrochenen Zahlen zur Auflösung der verschiedenen Aufgaben der Regel-Detri, und auf verschiedene im gemeinen Leben vorkommende Rechnungsfälle.

I. Abschnitt. Die Auflösung der verschiedenen Aufgaben der Regel-Detri. §. 92. bis §. 96. 269
a.) Auflösung der Aufgaben der einfachen geraden Regel-Detri. §. 92. . . . 269
b.) Auflösung der verkehrten einfachen Regel-Detri. §. 93. 279
c.) Die zusammengesetzte gerade Regel-Detri §. 94. 289
d.) Die zusammengesetzte verkehrte Regel-Detri. §. 95. 293
e.) Die zusammengesetzte gerade und verkehrte Regel-Detri zugleich. §. 96 . . 300
II. Abschnitt. Von verschiedenen, im gemeinen Leben vorkommenden, Rechnungsfällen. §. 97. bis §. 113. 303
a.) Aufgaben der Regel-Detri mit vorkommenden Reduktionen §. 97. 303
2.) Die einfache Gesellschaftsregel. §. 98. . 306
3.) Die doppelte Gesellschaftsregel. §. 99. . 313
4.) Die Alligations- oder Verbindungs-Regel. §. 100. 318
5.) Die Tara zum und vom Zentner. §. 101. 334

Seite

6.) Die Gewinnst und Verlurst = Rechnung.
§. 102. 341
7.) Die Stich=oder Tausch = Rechnung. §. 103. 348
8.) Wechselrechnungen. §. 104. . . . 351
9.) Zins = und Liedlohns = Rechnung. §. 105. 355
10.) Die Inventions = Regel. §. 106. . . 362
11.) Von der Progressions = Regel. §. 107. . 363
12.) Die Regula Falsi. §. 108 . . . 366
13.) Von der Ambulations = Regel. §. 109. . 371
14.) Die Reduktion des baier. Geldes auf das Oesterreichische, und umgekehrt. §. 110. 374
15.) Die Rechnung mit Siebnern und Siebenzehnern. §. 111. 376
16.) Die Verwandlung der Baierthaler in Gulden, und umgekehrt. §. 112. . . . 380
17.) Die Verwandlung der Kronenthaler in Gulden, und umgekehrt. §. 113. . . . 381

III. Abschnitt. Vom Ausziehen der Quadrat= und Kubik=Wurzeln. §. 114. bis §. 117. . 384
1.) Vorläufige Erklärungen. §. 114. . . 384
2.) Tafeln zum Ausziehen der Quadrat = und Kubik = Wurzeln. §. 115. 385
3.) Die Regeln für das Ausziehen der Quadratwurzeln. §. 116. 386
4.) Die Regeln für das Ausziehen der Kubikwurzeln. §. 117. 394

Anhang
welcher Zahlverhältnisse zu verschiedenen Uhren enthält. §. 118. bis §. 134. . . . 401

Seiner

Hochwürden Wohlgeboren

dem

Herrn Doktor

Joseph Kirchhofer,

Dekan und Stadtpfarrer

zu Immenstadt,

wie auch

Distrikts-Schul-Inspektor des dortigen königl.

baier. Landgerichtes,

seinem

ehemaligen Vorstande zu Kempten,

widmet

dieses Denkmal

unbegränzter

Verehrung, Dankbarkeit und Liebe

der Verfasser.

Hochwürdiger, Wohlgeborner
Herr Dekan und Stadtpfarrer!

Wenn von den Stürmen des Partheigeistes, von dem Anwogen der Schelsucht, von dem Gifthauche der Verleumdung der abgemattete Geist zurückgedrängt wird in seines Innern Innerstes: dann horcht er, — taub den Dissonanzen der Aussenwelt, den tiefen Nachhall der Vorzeit! — Achtung, Freundschaft, tugendhafte Liebe lassen der Seele himmlische Wohlklänge zurück: das von Außen betäubte Ohr kann sie eine Zeit lang vergessen, aber wie Sphärenmusik kehren sie beseligend dem Ohre zurück, daß sich dem Nerven zerreißenden Ungestüm nach Außen verschlossen hat. Wie ein holder Genius steht die süße Erinnerung vor uns, — beruhigend, tröstend, erheiternd, stillend den schmerzlichen Krampf, den feindselige Leidenschaft, — grimmiger und gefährlicher als

erlbos'te Elemente, angeregt. Glücklich der Mensch, den der Schutzgeist der Freundschaft nimmer verläßt. Die hohe Achtung, die wir dem entschiedenen Verdienste zollen, die Freundschaft und Liebe, die uns an das Herz des würdevollen, selbstständigen Mannes magnetisch hinzieht, reflektirt sich auf uns selbst. Wer das Wahre, das Gute, das Urschöne liebt, kann nicht selbst abscheulich, wer die Tugend hochachtet, nicht selbst verwerflich seyn.

Immer, mein Hochgefeierter Freund, halte ich dies daher für den Probirstein eignen Werthes, ob uns das Andenken anweise, tugendhafte Freunde noch mit der alten, durchdringenden Begeisterung erfüllt. So wie dies der Probierstein des eigenen Werthes ist, so ist er es nicht minder des fremden. Commenta dies delet, veritasque manebit! Was nur wie ein Nebelglanz vor unserer Bewunderung vorüberflog, löset sich im besten Falle in anmuthige Täuschung auf: aber wahre Freundschaft ist kein Traumbild, keine Truggestalt.

Wenn mein schwacher Tritt nicht wankte, wenn mein Geist sich erstarkte in der Betrachtung und Erforschung der Wahrheit, wenn meine Gefühle sich läuterten, veredelten, wenn mein Auge

hinwegsah über die Mißgestalt der Leidenschaften, um nur das Gute und Herrliche zu sehen, so verdank' ich es zweien Genien — meinem unvergeßlichen Lehrer Mahir, meinem unvergeßlichen Vorstande und Kollegen Kirchhofer. Wie glücklich wären Schüler und Lehrer zu preisen, wenn alle Lehrer wie jener, alle Vorstände wie dieser wären! Die ungetheilte Hochachtung aller, die sie kennen, stimmt mit meiner Hochverehrung dieser beiden vortrefflichen Männer ein.

Lassen Sie mich denn, da ich selbst Großes nicht zu schaffen vermag, durch Anerkennung des Würdigen, durch Dankbarkeit mich selbst überleben, und genehmigen Sie, Edler, diese schwache Huldigung meiner gerührten Freundschaft. Die acht Jahre, die ich als öffentlicher Lehrer von 1808 bis 1816 unter Ihnen als meinem Vorstande und Rektor im menschenfreundlichen Kempten verlebte, geben mir auch jetzt noch Ermuthigung, da ich nach manchen Irrsalen, und gar sehr kritischen Zeitkonjunkturen dasselbe geliebte Kempten, nie verkannt, es nie verkennend, wieder begrüße, und nachbarlich neben Ihnen lebe und wirke.

Möge Sie, Verehrungswürdigster Herr Dekan, der Himmel lange der Wissenschaft, lange den gu-

ten Hirten der liebenden Gemeinde, mir lange den würdigsten, geliebtesten Freund erhalten!

Ich empfehle mich Ihrer ferneren Gewogenheit und Freundschaft beßtens, und geharre mit vorzüglichster Verehrung

Euer Hochwürden Wohlgeboren

Kempten den 20. Mai 1822.

gehorsamster, dankschuldigster
Dr. Joh. Bundschue,
Lyzeal = Professor.

I. Hauptstück.

Vom Numeriren, und von den vier Rechnungsarten ganzer Zahlen mit Dingen von gleicher Benennung.

I. Abschnitt.

Vom Numeriren.

§. 1.

Vom Zählen.

Wir zählen, wie es bekannt ist, von eins bis zehen, und können hierzu, wenn wir darin noch nicht geübt sind, die Finger unserer beiden Hände gebrauchen; die Größe der Zahl „zehen", so wie jede der vorhergehenden „neun, acht, sieben ꝛc.", wissen wir gleich, sobald wir sie nur aussprechen und nennen hören.

Nach der Zahl „zehen" zählen wir zehen und eins, zehen und zwei, zehen und drei, zehen und vier ꝛc., oder, wie man kürzer sagt, eilf, zwölf,

dreizehen, vierzehen ꝛc., bis wir auf eine Zahl kommen, die zweimal so groß ist, als zehen, und diese heißen wir „zwanzig."

Dann fangen wir wieder bei eins an, und sagen „zwanzig und eins, zwanzig und zwei, zwanzig und drei ꝛc.", oder umgekehrt, „ein und zwanzig, zwei und zwanzig, drei und zwanzig ꝛc.", und setzen dieses immer fort, bis wir auf Zahlen kommen, die drei=, vier=, fünf=, sechs=, sieben=, acht=, neunmal so groß sind, als zehen, und nennen sie dann dreißig, vierzig, fünfzig, sechszig, siebenzig, achtzig, neunzig; zu neunzig zählen wir dann wieder eins, zwei, drei ꝛc., bis wir eine Zahl erhalten, die zehenmal so groß ist, als zehen, und diese heißen wir dann Hundert.

Nun zählt man wieder, mit eins angefangen, als „Hundert und eins, Hundert und zwei, Hundert und drei ꝛc.", oder kürzer „Hundert eins, Hundert zwei, Hundert drei ꝛc.", und so erhält man dann zwei Hundert, drei Hundert, vier Hundert ꝛc.; zehen Hundert heißt man Tausend, tausendmal Tausend eine Million, eine Million Millionen eine Billion, eine Million Billionen eine Trillion, eine Million Trillionen eine Quatrillion, und so fortgesetzt.

Auf diese Weise kann das Zählen und Vergrößern der Zahlen immer fortgesetzt werden.

§. 2.

Bezeichnungsart der Zahlen durch Ziffern.

Die Anzahl der Dinge, oder die Zahlen von eins bis neun drücken wir durch folgende Zeichen

aus, die man arabische Ziffern nennt; nämlich durch 1 eins, 2 zwei, 3 drei, 4 vier, 5 fünf, 6 sechs, 7 sieben, 8 acht, 9 neun; diesen wird noch die Null (0) beigefügt, die für sich allein nichts bedeutet, und nur zur Veränderung des Werthes der Ziffern beiträgt.

Um größere Zahlen auszudrücken, setzt man die Ziffern an gewisse Stellen oder Plätze, wie man spater sehen wird.

Den Werth, den jedes Ziffer für sich allein hat, heißt dessen natürlicher Werth; so bedeutet 2 die Zahl zwei, oder eine Anzahl von zwei Dingen, 3 bedeutet die Zahl drei, 4 bedeutet nach seinem natürlichen Werthe die Zahl vier ꝛc.

§. 3.

Ortswerth der Ziffern.

Um größere Zahlen als von eins bis neun schreiben zu können, hat man die nämlichen Ziffern, man setzt sie aber nach einer gewissen Regel an gewisse Stellen neben einander hin, und heißt den Werth, den sie dadurch erhalten, Ortswerth oder Lokalwerth.

Dieser Werth besteht darin, daß jedes Ziffer von der rechten zur linken Seite an jedem folgenden Platze zehenmal mehr gilt.

Um dieses zu begreifen, schreibe man neben einander zwei Zweier, also 22; jedes dieser Ziffern bedeutet für sich zwei, aber der erste Zweier rechts bedeutet schlechthin nur zwei, oder zwei Einer, und der andere Zweier, der rechts herein an des

zweiten Stelle ist, bedeutet zweimal zehen oder zwei Zehner, also zwanzig, und die ganze Zahl 22 heißt zwanzig und zwei, oder, wie wir es gewöhnt sind, zwei und zwanzig.

Eben so heißt 333 so viel, also drei Hundert dreißig und drei, oder drei Hundert drei und dreißig, da Hundert das zehnfache von zehen ist, mithin an der dritten Stelle rechts herein Hunderte sind.

Die Zahl 4444 heißt, vier Tausend vier Hundert vier und vierzig, indem zehenmal Hundert die Zahl Tausend gibt, und also rechts herein an der vierten Stelle die Tausende sind.

Auf eine ähnliche Weise hat man rechts herein an der fünften Stelle zehenmal Tausende oder Zehentausende, und an der sechsten Stelle hundertmal Tausende, oder Hunderttausende, und die Zahl 55555 heißt, fünf und fünfzig Tausend, fünf Hundert fünf und fünfzig, dann 666666 heißt sechs Hundert sechs und sechszig Tausend, sechs Hundert sechs und sechszig.

Um sich das Aussprechen größerer Zahlen zu erleichtern, mache man nach den ersten drei Ziffern rechts herein unten an die Zahl einen Punkt, und lese diesen mit dem Worte Tausend, die Ziffern selbst lese man aber nach ihrem so eben angezeigten Ortswerthe, indem man die durch den Punkt in Klassen abgesonderten Ziffern so ausspricht, als wenn jede Klasse nur für sich allein da wäre.

Daher 428 heißt, vier Hundert acht und zwanzig; 6.748 heißt, sechs Tausend sieben Hundert acht und vierzig; 28.439 heißt acht und zwanzig Tausend, vier Hundert neun und dreißig;

456.518 heißt vier Hundert sechs und fünfzig Tausend, fünf Hundert und achtzehen.

§. 4.

Veränderung des Werthes durch die Null.

Die Null (0), wie es schon gesagt wurde, bedeutet für sich allein nichts, und trägt auch zur Veränderung des Werthes der Ziffern nichts bei, wenn sie bei ganzen Zahlen links an der äußersten Stelle steht; wohl aber ändert sie den Werth der Ziffern, wenn sie ihnen rechts beigefügt wird, und zwar so, daß durch sie jedes Ziffer, wie es um eine Stelle gegen die linke Seite gerückt wird, einen zehenmal größeren Werth erhält. Wir wollen dieses durch einige Beispiele erläutern.

Steht bei einem Ziffer rechts nur eine Null, so bedeutet es Zehner, da es durch die Null an die zweite Stelle gerückt wird, als 10 zehn, 20 zwanzig, 30 dreißig, 40 vierzig ꝛc.

Stehen bei einem Ziffer rechts zwei, drei, vier, oder fünf Nullen, so bedeutet es Hunderte, Tausende, Zehentausende, oder Hunderttausende, da das Ziffer durch die Nullen gegen die linke Seite hin an die dritte, vierte, fünfte, oder sechste Stelle gerückt wird, als 300 drei Hundert, 4000 vier Tausend, 50.000 fünfzig Tausend, oder 600.000 sechs Hundert Tausend.

Stehen die Nullen zwischen den Ziffern, so verändern sie, wie vorhin, von der rechten zur linken Seite den Werth der übrigen Ziffern, und zeigen zugleich an, daß für die Stellen, an denen sie stehen, die betreffenden Einheiten fehlen, als

204 zwei Hundert und vier; 3006 drei Tausend und sechs; 4050 vier Tausend und fünfzig; 6400 sechs Tausend vier Hundert; 50.008 fünfzig Tausend und acht; 60.408 sechszig Tausend vier Hundert und acht; 78.409 acht und siebenzig Tausend vier Hundert und neun; 604.054 sechs Hundert vier Tausend vier und fünfzig; 800.023 acht Hundert Tausend drei und zwanzig; 905.004 neun Hundert fünf Tausend und vier; 400.006 vier Hundert Tausend und sechs.

§. 5.

Fortgesetzte Uibung im Aussprechen grösserer Zahlen.

Wenn eine Zahl mehr als sechs Ziffern hat, so verfahre man, um sie auszusprechen, auf folgende Weise:

1) Man theile von der rechten zur linken Seite die gegebene Zahl in Klassen, gebe jeder Klasse drei Ziffern, mit Ausnahme der letzten Klasse links, die auch ein oder zwei Ziffern haben darf;

2) Nach der ersten Klasse mache man unten zwischen das dritte und vierte Ziffer einen Punkt, nach der zweiten Klasse mache man zwischen das sechste und siebente Ziffer oben einen Strich, nach der dritten Klasse mache man unten zwischen das neunte und zehente Ziffer einen Punkt, dann nach der vierten Klasse oben zwischen das zwölfte und dreizehente Ziffer zwei Striche, und setze auf diese Weise die Eintheilung fort, indem man unten allemal nur einen Punkt setzt, oben aber gegen die rechte Seite hin allemal um einen Strich mehr schreibt;

3) Man spreche jede Klasse so aus, als wenn sie ganz allein da wäre, und setze beim Punkte allemal das Wort „Tausend", bei einem Striche das Wort „Millionen", bei zwei Strichen das Wort „Billionen", bei drei Strichen das Wort „Trillionen", bei vier Strichen das Wort „Quatrillionen", und so fortgesetzt, bei.

Wir wollen diese Regeln durch einige Beispiele begreiflich machen.

I. Beispiel:

6734598

Theilt man auf die angezeigte Weise diese Zahl in Klassen, so macht man nach der ersten Klasse rechts herein unten zwischen das dritte Ziffer 5 und das vierte Ziffer 4 einen Punkt (.), und oben zwischen das sechste Ziffer 7 und das siebente Ziffer 6 nach der zweiten Klasse einen Strich (,), man bekömmt

6'734.598

und diese Zahl ist, sechs Millionen, sieben Hundert vier und dreißig Tausend, fünf Hundert acht und neunzig.

II. Beispiel:

609834509

In Klassen getheilt erhält man

609'834.509

Das ist, sechs Hundert neun Millionen, acht Hundert vier und dreißig Tausend, fünf Hundert und neun.

III. Beispiel:

58093456780

In Klassen getheilt erhält man

58.093'456.780

Das ist, acht und fünfzig Tausend, drei und neunzig Millionen, vier Hundert sechs und fünfzig Tausend, sieben Hundert und achtzig.

IV. Beispiel:

508936789403949

In Klassen getheilt erhält man

508''936.789'403.949

Das ist, fünf Hundert acht Billionen, neun Hundert sechs und dreißig Tausend, sieben Hundert neun und achtzig Millionen, vier Hundert drei Tausend, neun Hundert neun und vierzig.

V. Beispiel:

858390400678349 4506

In Klassen getheilt erhält man

8'''583.904''006.783'494.506

Das ist, acht Trillionen, fünf Hundert drei und achtzig Tausend, neun Hundert vier Billionen, sechs Tausend; sieben Hundert drei und achtzig Millionen, vier Hundert vier und neunzig Tausend, fünf Hundert und sechs.

VI. Beispiel:

18230456780034215678934934

In Klassen getheilt erhält man

18'''' 230.456''' 780.034'' 215.678'934.934

Das ist, achtzehen Quatrillionen, zwei Hundert dreißig Tausend, vier Hundert sechs und fünfzig Trillionen, sieben Hundert achtzig Tausend, vier und dreißig Billionen, zwei Hundert fünfzehen Tausend, sechs Hundert acht und siebenzig Millionen, neun Hundert vier und dreißig Tausend, neun Hundert vier und dreißig.

§. 6.

Vom Anschreiben ausgesprochener Zahlen.

Zahlen, die in Worten ausgedrückt, somit ausgesprochen werden, schreibt man auf folgende Weise gehörig an:

1) Ist die ausgesprochene Zahl von eins bis neun, so schreibt man sie nur mit einem Ziffer, als zwei mit 2, vier mit 4, acht mit 8, und so fortgesetzt.

2) Ist die ausgesprochene Zahl von zehen bis neun und neunzig, so muß man sie mit zwei Ziffern schreiben. Werden dabei nur Zehner, und keine Einer ausgesprochen so schreibt man links das Ziffer, das die Anzahl der Zehner anzeigt, und rechts eine Null, als zwanzig mit 20, dreißig mit 30, sechszig mit 60 ꝛc. Kommen aber nebst den Zehnern auch Einer vor, so schreibt man links zuerst die Zehner, und rechts die Einer, als vier und zwanzig mit 24, sechs und dreißig mit 36, acht und vierzig mit 48 ꝛc.

3) Werden in der Aussprache gleich anfangs Hunderte genannt, und dann entweder Zehner und

Einer, oder auch keine Zehner und Einer, so muß die Zahl drei Stellen erhalten.

Links an die erste Stelle schreibt man die Hunderte, dann die Zehner, und endlich an die dritte Stelle rechts die Einer; würden keine Zehner und Einer genannt werden, so müßten die leeren Stellen mit Nullen ausgefüllt werden.

Auf diese Weise schreibt man vier Hundert acht und fünfzig mit 458, dann acht Hundert vierzig mit 840, ferner neun Hundert und acht mit 908, und sechs Hundert mit 600.

4) Wenn höhere Einheiten als die Hunderte, nämlich Tausende, Millionen, Billionen ꝛc. genannt werden, so ist die Zahl mit mehr als drei Ziffern zu schreiben, und dabei ist Nachstehendes zu bemerken:

Wenn bei der Aussprache Trillionen, Billionen oder Millionen genannt werden, so macht man oben zwischen die Ziffern die Strichlein '''.''.'; und wenn man Tausend sagt, so setzt man unten einen Punkt.

Mit Ausnahme der ersten links stehenden Klasse, die auch ein oder zwei Ziffern haben darf, muß jede Klasse drei Ziffern haben, wo man dann immer mit den Hunderten anfängt, und darauf die Zehner und Einer schreibt.

Sind in einer Klasse die Hunderte, Zehner und Einer ausgelassen, dann muß man die leeren Stellen mit Nullen ausfüllen, damit jede folgende Klasse drei Stellen erhält, und jedes Ziffer seinen gehörigen Platz bekömmt.

Durch Beispiele wollen wir diese Regeln deutlich darstellen.

I. Beispiel:

Die Zahl „vier Tausend, fünf Hundert sechs und neunzig" schreibt man so

4.596

II. Beispiel:

Sechs und achtzig Tausend, vier Hundert und sechs so

86.406

III. Beispiel:

Vier Hundert sechs Tausend, vier und achtzig so

406.084

IV. Beispiel:

Vier und achtzig Millionen, sieben Tausend, vier Hundert zwanzig so

84'007.420

V. Beispiel:

Sieben Hundert vier und achtzig Billionen, drei Hundert sieben und zwanzig Millionen, sechs und achtzig Tausend vier und zwanzig so

784''000.327'086.024

VI. Beispiel:

Vier Hundert zwei und dreißig Quatrillionen, vier Tausend, zwei Hundert acht und fünfzig Trillionen, drei und neunzig Tausend, sieben Hundert

sechs Billionen, vier Hundert fünfzig Tausend, neun Hundert sieben und achtzig Millionen, sechs Hundert vier und fünfzig Tausend, drei Hundert ein und zwanzig so

432‴‴004.258‴093.706″450.987′654.321

Diese große Zahl hat neun Klassen, die man nämlich der Ordnung nach so schreibt:

432 Quatrillionen (9. Klasse — 432‴‴′)
004 Tausend (8. Klasse — 004.)
258 Trillionen (7. Klasse — 258‴)
093 Tausend (6. Klasse — 093.)
706 Billionen (5. Klasse — 706″)
450 Tausend (4. Klasse — 450.)
987 Millionen (3. Klasse — 987′)
654 Tausend (2. Klasse — 654.)
321 (1. Klasse — 321.)

Schreibt man diese neun Klassen der Ordnung nach neben einander, so erhält man die vorstehende Zahl mit sieben und zwanzig Stellen.

Anmerkung: Die hier und in den vorausgehenden §§. angeführten Beispiele können wechselseitig benützt werden, um sich im Aussprechen und Anschreiben der Zahlen zu üben.

§. 7.

Erklärung des Numerirens nebst einer Tabelle hierzu.

Das Numeriren besteht im Aussprechen und Anschreiben gegebener Zahlen.

Wer jede geschriebene Zahl richtig lesen oder aussprechen, und jede ausgesprochene Zahl gehörig anschreiben kann, wie es bisher gezeigt wurde, der kann numeriren.

Dasselbe ist aber noch keine Rechnungsart oder Spezies, weil man dabei keine neue Zahl findet, sondern nur gegebene Zahlen ausspricht und anschreibt.

Um die angegebenen Regeln noch deutlicher darzustellen und das Numeriren mehr zu erleichtern, will ich eine Tabelle beifügen, dazu das große sechste Beispiel des vorigen §. wählen, und bis auf 27 Stellen zeigen, welchen Ortswerth jedes Ziffer hat, damit man es gehörig aussprechen und anschreiben kann.

Tabelle.

Jedes Ziffer bedeutet an der ersten, zweiten ꝛc. Stelle

Stelle	27.	26.	25.	24.	23.	22.	21.	20.	19.	18.	17.	16.	15.	14.	13.	12.	11.	10.	9.	8.	7.	6.	5.	4.	3.	2	1.
	und so immer fortes gesetzt.	Hunderte	Zehner	Einer	Hunderts tausende	Zehns tausende	Einer der Tausende	Hunderte	Zehner	Einer	Hunderts tausende	Zehns tausende	Einer der Tausende	Hunderte	Zehner	Einer	Hunderts tausende	Zehns tausende	Einer der Tausende	Hunderte	Zehner	Einer	Hunderte der Tausende	Zehner der Tausende	Einer der Tausende	Hunderte	Zehner	Einer
	der Quatrillionen			der Trillionen				der Billionen								der Millionen						bloße					
Beispiel.			4	3	2''''	0	0	4.	2	5	8'''	0	9	3.	7	0	6''	4	5	0.	9	8	7'	6	5	4	3	2	1
Von der Rechten zur Linken.			Neunte Klasse.			Achte Klasse.			Siebente Klasse.			Sechste Klasse.			Fünfte Klasse.			Vierte Klasse.			Dritte Klasse.			Zweite Klasse.			Erste Klasse.
Von der Linken zur Rechten.			Erste Klasse.			Zweite Klasse.			Dritte Klasse.			Vierte Klasse.			Fünfte Klasse.			Sechste Klasse.			Siebente Klasse.			Achte Klasse.			Neunte Klasse.

§. 8.

Mehrere Beispiele zur Uibung im Numeriren.

In nachstehenden Beispielen stehen links die Zahlen, wie sie mit Ziffern geschrieben werden, und rechts daneben, wie man sie aussprechen muß.

1 Das ist, eins.
6 Das ist, sechs.
10 Das ist, zehen.
34 Das ist, vier und dreißig.
100 Das ist, Hundert.
532 Das ist, fünf Hundert zwei und dreißig.
1000 Das ist, ein Tausend.
6207 Das ist, sechs Tausend zwei Hundert und sieben.

* Weil hier nur Null vor sieben steht, so ist nicht siebenzig, sondern nur sieben zu lesen.

10.000 Das ist, zehen Tausend.
12.034 Das ist, zwölf Tausend, vier und dreißig.

* Weil hier an der Stelle der Hunderte Null steht, so gibt es keine Hunderte.

100.000 Das ist, ein Hundert Tausend.
250.670 Das ist, zwei Hundert fünfzig Tausend, sechs Hundert siebenzig.
1'000.000 Das ist, ein tausendmal Tausend, oder kürzer, eine Million.
10'000.000 Das ist, zehen Millionen.
34'200.022 Das ist, vier und dreißig Millionen, zwei Hundert Tausend und zwei und zwanzig.
100'000.000 Das ist, ein Hundert Millionen.
987'654.321 Das ist, neun Hundert sieben und

achtzig Millionen, sechs Hundert vier und fünfzig Tausend, drei Hundert ein und zwanzig.

1.000'000.000 Das ist, Tausend Millionen.

2.030'405.060 Das ist, zwei Tausend, dreißig Millionen, vier Hundert fünf Tausend und sechszig.

3''456.700'934.004 Das ist, drei Billionen, vier Hundert sechs und fünfzig Tausend, sieben Hundert Millionen, neun Hundert vier und dreißig Tausend und vier.

23.500''600.340'005.678 Das ist, drei und zwanzig Tausend, fünf Hundert Billionen, sechs Hundert Tausend, drei Hundert vierzig Millionen, fünf Tausend, sechs Hundert acht und siebenzig; — oder auch so:

23 Tausend, 500 Billionen, 600 Tausend, 340 Millionen, 5 Tausend und 678.

700.830'''040.006''723.456'781.234 Das ist, sieben Hundert Tausend, acht Hundert dreißig Trillionen, vierzig Tausend, sechs Billionen, sieben Hundert drei und zwanzig Tausend, vier Hundert sechs und fünfzig Millionen, sieben Hundert ein und achtzig Tausend, zwei Hundert vier und dreißig; — oder auch so:

700 Tausend, 830 Trillionen, 40 Tausend, 6 Billionen, 723 Tausend, 456 Millionen, 781 Tausend und 234.

123''''456.000'''345.600''891.234'000.234 Das ist, Hundert drei und zwanzig Qua-

trillionen, vier Hundert sechs und fünfzig Tausend Trillionen, drei Hundert fünf und vierzig Tausend, sechs Hundert Billionen, acht Hundert ein und neunzig Tausend, zwei Hundert vier und dreißig Millionen, zwei Hundert vier und dreißig.

oder auch so:

123 Quatrillionen, 456 Tausend Trillionen, 345 Tausend, sechshundert Billionen, 891 Tausend, 234 Millionen, und 234.

Anmerkung: In den früheren Auflagen dieses Buches findet man beim Numeriren anstatt des Ausdruckes „ein Hundert Tausend" den Ausdruck „eine Tonne"; es ist aber nicht mehr üblich, daß man die Hunderttausende Tonnen nennt und deßhalb bediente ich mich auch dieses Wortes nicht mehr.

§. 9.

Römische Bezeichnungsart der Zahlen.

Weil man bei öffentlichen Aufschriften an Gebäuden, Denkmälern, Grabstätten ꝛc. die Jahreszahlen und andere Zahlen öfters mit römischen Ziffern geschrieben findet, so will ich noch in diesem Abschnitte zeigen, wie auch solche Zahlen zu lesen sind.

Die Römer bedienen sich anstatt unserer bequemen Ziffern sieben ihrer Buchstaben, als:

Das	I	gilt	1
„	V	„	5
„	X	„	10
„	L	„	50
„	C	„	100
„	D	„	500
„	M	„	1000

Wenn eine römische Zahl eine kleinere neben sich zur rechten Hand zu stehen hat, so wird sie um so viel mehr, als die die kleinere gilt, als:

VI	bedeutet	6
VII	"	7
VIII	"	8
XI	"	11
XII	"	12
XIII	"	13
XV	"	15
XVI	"	16
XVII	"	17
XVIII	"	18
LI	"	51
LV	"	55
LX	"	60
CI	"	101
CV	"	105
CX	"	110
CL	"	150
CCLXXVII	"	277
DL	"	550
DC	"	600
DCCLV	"	755
MI	"	1001
MV	"	1005
MXV	"	1015
MCC	"	1200
MDCL	"	1650
MDCCCXX	"	1820
MDCCCXXI	"	1821, und so fortgesetzt.

Wenn aber eine kleine Zahl der größeren zur linken Hand steht, so wird die größere um so viel geringer, als die kleinere beträgt, als:

IV	bedeutet	4
IIX	"	8
IX	"	9
XL	"	40
XC	"	90
CD	"	400
CM	"	900
MDCCCXIX	"	1819, u. s. f.

Römisch wird 500 anstatt mit D auch mit IↃ, und 1000 anstatt mit M auch mit CIↃ geschrieben, daher schreibt man z. B. Die Jahreszahl 1817 anstatt mit MDCCCXVII auch mit CIↃIↃ CCCXVII.

II. Abschnitt.

Von der Zusammenzählung oder Addition.

§. 10.

Erklärungen.

1) Zusammenzählen oder Addiren heißt eine Zahl finden, die mehreren andern Zahlen zusammengenommen gleich ist.

Wenn ich daher zum Beispiele sage „6 und 3 gibt 9" so habe ich zusammengezählt oder addirt, weil ich auf diese Weise die Zahl 9 finde, die so groß ist, wie die Zahlen 6 und 3.

2) Die Zahl, welche beim Zusammenzählen, herauskömmt, heißt die Summe das Kollekt oder das Fazit, und die Zahlen, die man zusammenzählt, mithin in eine Summe bringt, heißt man Summanden oder Posten. Im vorigen Beispiele ist 9 die Summe oder das Fazit, und 6 und 3 sind die Summanden oder die Posten.

3) Die Zusammenzählung oder Addition wird durch dieses Zeichen (+) angezeigt; man liest es durch das Wörtchen plus oder und, und es drückt aus, daß man die Zahlen, zwischen denen es steht, addiren soll.

Wenn man daher z. B. schreibt „4 + 3, so heißt dieses, man soll zu 4 die Zahl 3 addiren, und man liest, 4 plus 3, oder auch 4 und 3.

4) Will man anzeigen, daß die Summe so groß ist, wie ihre Summanden, so schreibt man das Gleichheitszeichen (=); im vorigen Beispiele schreibt man 4 + 3 = 7, das ist, 4 und 3 gibt 7, oder 4 plus 3 ist gleich 7.

Anmerkung: Das Gleichheitszeichen (=) kömmt auch bei den übrigen Rechnungsarten vor, weil man auch da öfters anzeigt, daß gewisse Zahlen anderen Zahlen gleich sind.

§. 11.

Tabelle der Addition.

Damit man alle Zahlen addiren kann, sie mögen wie immer groß seyn, muß man allererst mit der Addition der ersten neun Zahlen, die man nur mit einem Ziffer schreibt, gut umgehen können.

Man lernt dieses durch nachstehende Tabelle, die dafür alle möglichen Fälle darstellt; deßwegen muß man sie nicht nur auswendig lernen, sondern sie sich durch gewisse Zeichen, etwa durch Striche an der Tafel, oder durch körperliche Gegenstände versinnlichen, damit man auch einsieht, daß z. B. die Zahl 3, zur Zahl 6 hingezählt, wirklich zur Summe 9 gibt.

Additions-Tabelle.

I.	II.	III.	IV.
0 und 0 gibt 0	1 und 0 gibt 1	2 und 0 gibt 2	3 und 0 gibt 3
0 — 1 — 1	1 — 1 — 2	2 — 1 — 3	3 — 1 — 4
0 — 2 — 2	1 — 2 — 3	2 — 2 — 4	3 — 2 — 5
0 — 3 — 3	1 — 3 — 4	2 — 3 — 5	3 — 3 — 6
0 — 4 — 4	1 — 4 — 5	2 — 4 — 6	3 — 4 — 7
0 — 5 — 5	1 — 5 — 6	2 — 5 — 7	3 — 5 — 8
0 — 6 — 6	1 — 6 — 7	2 — 6 — 8	3 — 6 — 9
0 — 7 — 7	1 — 7 — 8	2 — 7 — 9	3 — 7 — 10
0 — 8 — 8	1 — 8 — 9	2 — 8 — 10	3 — 8 — 11
0 — 9 — 9	1 — 9 — 10	2 — 9 — 11	3 — 9 — 12

V.	VI.	VII.
4 und 0 gibt 4	5 und 0 gibt 5	6 und 0 gibt 6
4 — 1 — 5	5 — 1 — 6	6 — 1 — 7
4 — 2 — 6	5 — 2 — 7	6 — 2 — 8
4 — 3 — 7	5 — 3 — 8	6 — 3 — 9
4 — 4 — 8	5 — 4 — 9	6 — 4 — 10
4 — 5 — 9	5 — 5 — 10	6 — 5 — 11
4 — 6 — 10	5 — 6 — 11	6 — 6 — 12
4 — 7 — 11	5 — 7 — 12	6 — 7 — 13
4 — 8 — 12	5 — 8 — 13	6 — 8 — 14
4 — 9 — 13	5 — 9 — 14	6 — 9 — 15

VIII.	IX.	X.
7 und 0 gibt 7	8 und 0 gibt 8	9 und 0 gibt 9
7 — 1 — 8	8 — 1 — 9	9 — 1 — 10
7 — 2 — 9	8 — 2 — 10	9 — 2 — 11
7 — 3 — 10	8 — 3 — 11	9 — 3 — 12
7 — 4 — 11	8 — 4 — 12	9 — 4 — 13
7 — 5 — 12	8 — 5 — 13	9 — 5 — 14
7 — 6 — 13	8 — 6 — 14	9 — 6 — 15
7 — 7 — 14	8 — 7 — 15	9 — 7 — 16
7 — 8 — 15	8 — 8 — 16	9 — 8 — 17
7 — 9 — 16	8 — 9 — 17	9 — 9 — 18

§. 12.

Regeln der Addition.

Hat man die vorstehende Tabelle ganz inne, so verfahre man auf folgende Weise, um gegebene Zahlen in eine Summe zu bringen:

1) Man schreibe die gegebenen Zahlen, die man Summanden oder Posten heißt, unter einander, und zwar so, daß von der rechten Seite herein Einer unter Einer, Zehner unter Zehner, Hundert unter Hunderte, und so immer Einheiten gleichen Ranges unter einander zu stehen kommen;

2) Rechts fange man die Addition an, und zähle zuerst die Einer, dann die Zehner die Hunderte ꝛc. zusammen, und schreibe die Summen in eben dieser Ordnung unter die Linie, die man nach den Summanden zieht;

3) Geht die Summe über 9, so schreibe man von ihr nur das letzte Ziffer an, das im Anschreiben rechts zu stehen käme, und zähle die noch übrigen Ziffern zu den zur linken Seite hin noch stehenden nächsthöheren Einheiten.

Beispiele hierüber.

I.

Welche Summe geben die Zahlen 2, 3, 4, 5 und 8, oder wie groß ist 2 + 3 + 4 + 5 + 8?

Auflösung:

Bei diesen kleinen Zahlen ist es nicht nothwendig, daß man die Ziffern unter einander schreibt,

da man gleich sagen kann, 2 und 3 gibt 5, dann 5 und 4 gibt 9, ferner 9 und 5 gibt 14, endlich 14 und 8 gibt 22, das ist, 2 + 3 + 4 + 5 + 8 = 22.

II.

Welche Summe geben die Zahlen 2354 + 5102 + 2032?

Auflösung:

1) Man schreibe diese Zahlen unter einander, daß Einer unter Einer, Zehner unter Zehner, Hunderte unter Hunderte, und Tausende unter Tausende kommen und ziehe unten eine Linie: als

2354
5102
2032
} Summanden oder Posten.

2) Man fange rechts an, und sage, 2 und 2 ist 4, und 4 ist 8, und schreibe 8 unter den Strich an die Stelle der Einer,

2354
5102
2032
8

3) Nun zähle man die Zehner zusammen, und sage, 3 und 5 gibt 8, und schreibe 8 unter den Strich an die Stelle der Zehner,

2354
5102
2032
88

4) Ferner zähle man die Hunderte zusammen, und sage, 1 und 3 gibt 4, und schreibe 4 unter den Strich an die Stelle der Hunderte,

2354
5102
2032

483

5) Endlich zähle man die Tausende zusammen, und sage, 2 und 5 gibt 7, und 2 gibt 9, und schreibe 9 an die Stelle der Tausende

2354
5102
2032
} Summanden oder Posten.

9488 Summe.

Diese drei Summanden oder Posten machen also zusammen 9488, oder 2354 + 5102 + 2032 = 9488.

III.

Ein Kassier nimmt ein 5623 + 547 + 276 + 35 + 29 + 8 Gulden, es ist nun die Frage, was dieses zusammen ausmacht.

Auflösung:

1) Man schreibe diese Posten gehörig unter einander, und ziehe unten den Strich

5623
547
276
35
29
8
} Summanden oder Posten

---

2) Man zähle zuerst die Einer rechts zusammen, und sage, 8 und 9 gibt 17, und 5 gibt 22, und 6 gibt 28, und 7 gibt 35, und 3 gibt 38;

3) Von der Summe 38 schreibe man das rechts stehende Ziffer 8 unter den Strich an die Stelle der Einer, und zähle das Ziffer 3 zu den Zehnern, indem man sagt, 3 und 2 gibt 5, und 3 gibt 8, und 7 gibt 15, und 4 gibt 19, und 2 gibt 21,

5623
547
276
35
29
8

8

4) Von der Summe 21 schreibe man das Ziffer 1 an die Stelle der Zehner, und 2 zähle man zu den Hunderten, indem man sagt, 2 und 2 gibt 4, und 5 gibt 9, und 6 gibt 15, man schreibe also 5 an die Stelle der Hunderte, und behalte 1 für die Tausende;

5623
547
276
35
29
8

518

5) Endlich sage man, 1 und 5 gibt 6, man schreibe 6 an die Stelle der Tausende,

5623
547
276
35
29
8

Summanden oder Posten.

6518 Summe.

Es beträgt demnach die ganze Einnahme des Kassiers 6518 Gulden.

IV.

Wie viel beträgt die Summe oder das Ganze der Zahlen 98345 + 89732 + 56894 + 23458?

Auflösung:

1) Man schreibe die Zahlen gehörig unter einander, und ziehe unten einen Strich:

98345
89732
56894
23458

Summanden oder Posten.

2) Rechts zähle man die Einer zusammen, und sage, 8 und 4 ist 12, und 2 ist 14, und 5 ist 19, man schreibe 9, und behalte 1;

98345
89732
56894
23458
9

3) Man zähle die Zehner zusammen, und sage, 1 und 5 gibt 6, und 9 gibt 15, und 3 gibt 18, und 4 gibt 22, man schreibe 2, und behalte 2,

98345
89732
56894
23458

29

4) Man zähle die Hunderte zusammen, und sage, 2 und 4 gibt 6, und 8 gibt 14, und 7 gibt 21, und 3 gibt 24, man schreibe 4, und behalte 2,

98345
89732
56894
23458

429

5) Man zähle die Tausende zusammen, und sage, 2 und 3 gibt 5, und 6 gibt 11, und 9 gibt 20, und 8 gibt 28, man schreibe 8, und behalte 2,

98345
89732
56894
23458

8429

6) Endlich addire man die Zehentausende, und sage, 2 und 2 gibt 4, und 5 gibt 9, und 8 gibt 17, und 9 gibt 26, man schreibe, weil keine Ziffern mehr folgen, 26 ganz an

98345
89732 } Summanden
56894 } oder Posten.
23458

268429 Summe.

Es beträgt also das Ganze, oder die Summe dieser vier Posten 268.429.

V.

Man addire die Zahlen 432 + 69 + 748 + 3647 + 748963 + 7489.

Auflösung:

1) Man schreibe die Zahlen gehörig an, und ziehe unten den Strich;

432
69
748 } Summanden
3647 } oder Posten.
748963
7489

2) Man zähle rechts an der äußersten Stelle die Einer zusammen, man erhält 38 zur Summe, man schreibe 8, und behalte 3; dann addire man die Zehner, man erhält 34 zur Summe, man schreibe 4, und behalte 3; hierauf addire man die Hunderte, man erhält 33 zur Summe, man schreibe 3, und behalte 3,

432
69
748 } Summanden
3647 } oder Posten.
748963
7489

348

3) Eben so addire man die Tausende, man erhält 21 zur Summen, man schreibe 1, behalte 2, endlich addire man die Zehentausende, man erhält 6 zur Summe, und bei den Hunderttausenden bleibt 7 unverändert,

432
69
748 } Summanden
3647 } oder Posten.
748963
7489

761348 Summe.

Es beträgt also das Ganze oder die Summe dieser sechs Posten 761.348.

VI.

Man addire folgende Zahlen:

360.027
845.376
205.387
130.402
781.033
620.890

Auflösung:

360.027	Summanden oder Posten.
845.376	
205.387	
130.402	
781.033	
620.890	
2'943.115	

Das ist, das Ganze oder die Summe dieser sechs Posten beträgt 2'943.115.

§. 13.

Regeln der Addition, wenn sehr viele Summanden vorkommen.

Wenn sehr viele Zahlen zusammen gezählt werden, so ist es möglich, daß die Summe einer Ordnung über 99 beträgt; in diesem Falle ist es am besten, wenn man, indem man das letzte Ziffer anschreibt, die übrigen zwey Ziffern gleich zu der nächsten Ordnung zählt. Ist z. B. die Zahl 124 als die Summe einer Ordnung gefunden worden, so schreibt man 4, und zählt 12 zur nächsten Ordnung, wie man dieses in folgendem Beispiele ersieht.

246		Die Summe der ersten Ord-
327		nung oder der Einer ist 133, man
6742		schreibt also 3 unter den Strich,
396		und zählt 13 zu den Zehnern; —
74		Die Summe der zweiten Ordnung
94863		oder der Zehner ist 138, man
724		schreibt also 8, und zählt 13 zu den
986		Hunderten; — Die Summe der
32		dritten Ordnung oder der Hun-
47		derte ist 100, man schreibt also
173		0 an die dritte Stelle rechts he-
249		rein, und zählt 10 zu den Tau-
899		senden, und so fortgesetzt.
988		
127		
896		
324		
789		
774		
79		
66		
74		
200		
6008		
116083 die Summe.		

Die Summanden oder Posten.

Indeß verfährt man bei so großen Beispielen wohl am bequemsten, wenn man sie in mehrere kleinere zerlegt, die Summe von jedem sucht, und dann diese einzelnen Summen zusammen zählt.

Daher kann man das obige Beispiel auch so berechnen:

246	32	324
327	47	789
6742	173	774
396	249	79
74	899	66
94863	988	74
724	127	200
986	896	6008
a) 104358	b) 3411	c) 8314

Jetzt zählt man diese einzelnen Summen zusammen, die man Theilsummen nennen kann.

a) Erste Theilsumme 104358
b) Zweite Theilsumme 3411
c) Dritte Theilsumme 8314

Hauptsumme = 116083

Die Summe dieser 24 Posten beträgt also 116.083.

§. 14.

Die Probe der Addition betreffend.

Die Probe ist eine wiederholte Berechnung, die man vornimmt, um zu sehen, ob man bei der ersten Rechnung keinen Fehler gemacht hat.

Für die Addition kann die so genannte Neunerprobe, und die Probe durch Subtraktion erst füglich nach dieser Rechnungsart gezeigt werden; deßwegen werde ich erst im nächsten Abschnitte bei der Abziehung diese zwei Proben zeigen.

Vor der Hand kann man sich merken, daß es ebenfalls eine Probe oder ein Zeichen für die Rich-

tigkeit der Rechnung ist, wenn man das erste Mal die Ziffern von unten nach oben zusammen zählte, und man wieder die nämliche Summe erhält, wie man dieselben auch von oben nach unten addirt.

§. 15.

Uebungsbeispiele der Addition.

I. Beispiele mit der beigefügten Auflösung.

1)
4
9
3
4
6
7
8
41

2)
4
5
9
2
3
7
5
8
43

3)
5
5
4
6
7
8
9
3
4
51

4)
9
7
8
4
3
2
1
5
6
45

5)
9
4
5
6
7
4
3
2
4
44

6)
24
31
42
13
24
41
175

7)
32
22
41
13
21
32
161

8)
36
52
14
22
69
193

9)
87
70
52
33
9
251

10)
352
134
215
462
521
1684

11)
607
350
729
470
908
3064

12)
964
875
710
61
53
2663

13)	3125	14)	2514	15)	2513
	2531		4352		4395
	1452		1435		6241
	4213		3124		3152
	6344		5241		5474
	17665		16666		21775

16)	21435	17)	96173	18)	54196
	43142		87361		2341
	32524		6584		5783
	24313		757		241
	15241		32		56
	136655		190907		62617

19)	4	20)	9878570
	46		765965
	625		427582
	4513		529626
	45351		468904
	516262		12070647
	566801		

II. Beispiele ohne die angegebene Summe.

1)	1	2)	2	3)	3	4)	4	5)	5
	1		2		3		4		5
	1		2		3		4		5
	1		2		3		4		5
	1		2		3		4		5
	1		2		3		4		5
			2		3		4		5
					3				5
					3				5

6) 6 6 6 6 6 6

7) 7 7 7 7 7

8) 8 8 8 8 8

9) 9 9 9 9 9

10) 2 4 3 7 8 9 2

11) 24 31 42 13 54

12) 964 875 710 61 53

13) 3125 2531 1452 4213 5344

14) 2514 604 74 28 3

15) 21435 43142 32524 24313 15241

16) 975815 855021 687102 563719 279406

17) 782306 53450 8097 654 45 8

18) 9877570 8765965 427582 529626 468904 34596 2341 589

19) 86572171 9436248 758462 625905 52731 6258 524 76 8

20)		21)	
	95461		55041
	79894		41321
	8679		64748
	64908		512
	47065		73465
	26540		52673
	35782		5145
	91439		73247
	287		94364
	82506		41431
	65790		57536
	78047		32572
	59872		86459
	94231		45807
	34		78949
	528		5403
	3429		219
			4914

Anmerkung: 1.) Bei den bei Nro. I. angeführten 20 Beispielen stehen allemal ober der Linie die gegebenen Summanden oder Posten, und unter derselben steht ihre Summe, oder das Ganze, welches sie zusammen ausmachen; dagegen kommen aber bei den Beispielen Nro. II. nur die gegebenen Summanden ohne die zu ihnen gehörigen Summen vor.

2) Bei den hier vorkommenden grösseren Zahlen habe ich zur Eintheilung in Klassen, wie es beim Numeriren gezeigt wurde (§. 5.), keinen Punkt oder Strich mehr beigefügt, weil man jetzt auch ohne dieses die Stellen gleich abzählen, und dadurch die Zahlen gehörig aussprechen kann.

III. Abschnitt.

Von der Subtraktion oder Abziehung gleichbenannter ganzer Zahlen.

§. 16.

Erklärungen.

1) Den Unterschied oder die Differenz zweier Zahlen heißt man jene Zahl, welche angibt um wie viel eine Zahl größer oder kleiner ist, als die andere. Auf diese Weise ist 3 der Unterschied zwischen 9 und 6, weil 9 um 3 größer ist als 6, oder umgekehrt weil 6 um 3 kleiner ist als 9.

2) Den Minuend oder das Ganze heißt man diejenige Zahl, von der man eine andere abzieht, und der Subtrahend oder der Abzug ist jene Zahl, die man von einer andern abzieht.

3) Der Rest wird der Unterschied genannt, den man erhält, wenn man eine Zahl von einer andern abzieht.

Im vorigen Beispiele ist 9 der Minuend, dann 6 der Subtrahend, und 3 der Rest, weil 3 übrig bleibt, wenn man 6 von 9 wegnimmt oder wegzählt.

4) Die Abziehung oder Subtraktion ist demnach die Grundrechnungsart oder Spezies, bei der man untersucht, welche Zahl noch übrig bleibt, wenn man eine Zahl von einer andern wegnimmt.

5) Das Zeichen der Subtraktion ist eine Linie oder Querstrich (—) und es wird durch we-

niger oder minus gelesen; daher bedeutet zum Beispiele 9 — 6 so viel, als man soll 6 von 9 abziehen, und 9 — 6 = 3 heißt, 9 weniger 6 ist gleich 3, oder 6 von 9 bleibt 3.

Anmerkung: Bei der Abziehung ist der Minuend das Ganze, und der Subtrahend ist einer seiner Theile, und man untersucht durch die Abziehung, welcher Theil noch übrig bleibt, wenn man den bekannten Theil von dem gegebenen Ganzen wegzählt. Im angeführten Beispiele ist 9 das Ganze, dann 6 der eine, und 3 der andere Theil, den man erhält, wenn man den ersten Theil, 6 vom Ganzen wegnimmt.

§. 17.

Die Subtraktionstabelle oder das Einsvoneins.

Nachstehende Tabelle heißt man das Einsvoneins oder die Subtraktionstabelle, indem sie die Fälle enthält, auf die sich das ganze Abziehen zurückführen läßt und wobei der Subtrahend und der Rest nie größer ist als 9.

Diese Tabelle muß man genau inne haben, um abziehen oder subtrahiren zu können; deßwegen muß man dieselbe auswendig lernen, und sich auf körperliche Gegenstände in der Abziehung der Zahlen üben, damit man auch im Wegzählen gegebener Zahlen von anderen die gehörige Fertigkeit erlangt.

I.	II.	III.	IV.
0 von 0 bleibt 0	1 von 1 bleibt 0	2 von 2 bleibt 0	3 von 3 bleibt 0
0 — 1 — 1	1 — 2 — 1	2 — 3 — 1	3 — 4 — 1
0 — 2 — 2	1 — 3 — 2	2 — 4 — 2	3 — 5 — 2
0 — 3 — 3	1 — 4 — 3	2 — 5 — 3	3 — 6 — 3

0	von	4	bleibt	4	1	von	5	bleibt	4	2	von
0	—	5	—	5	1	—	6	—	5	2	—
0	—	6	—	6	1	—	7	—	6	2	—
0	—	7	—	7	1	—	8	—	7	2	—
0	—	8	—	8	1	—	9	—	8	2	—
0	—	9	—	9	1	—	10	—	9	2	—

6	bleibt	4	3	von	7	bleibt	4				
7	—	5	3	—	8	—	5				
8	—	6	3	—	9	—	6				
9	—	7	3	—	10	—	7				
10	—	8	3	—	11	—	8				
11	—	9	3	—	12	—	9				

V.

4	von	4	bleibt	0	
4	—	5	—	1	
4	—	6	—	2	
4	—	7	—	3	
4	—	8	—	4	
4	—	9	—	5	
4	—	10	—	6	
4	—	11	—	7	
4	—	12	—	8	
4	—	13	—	9	

VI.

5	von	5	bleibt	0	
5	—	6	—	1	
5	—	7	—	2	
5	—	8	—	3	
5	—	9	—	4	
5	—	10	—	5	
5	—	11	—	6	
5	—	12	—	7	
5	—	13	—	8	
5	—	14	—	9	

VII.

6	von	6	bleibt	0	
6	—	7	—	1	
6	—	8	—	2	
6	—	9	—	3	
6	—	10	—	4	
6	—	11	—	5	
6	—	12	—	6	
6	—	13	—	7	
6	—	14	—	8	
6	—	15	—	9	

VIII.

7	von	7	bleibt	0	
7	—	8	—	1	
7	—	9	—	2	
7	—	10	—	3	
7	—	11	—	4	
7	—	12	—	5	
7	—	13	—	6	
7	—	14	—	7	
7	—	15	—	8	
7	—	16	—	9	

IX.

8	von	8	bleibt	0	
8	—	9	—	1	
8	—	10	—	2	
8	—	11	—	3	
8	—	12	—	4	
8	—	13	—	5	
8	—	14	—	6	
8	—	15	—	7	
8	—	16	—	8	
8	—	17	—	9	

X.

9	von	9	bleibt	0	
9	—	10	—	1	
9	—	11	—	2	
9	—	12	—	3	
9	—	13	—	4	
9	—	14	—	5	
9	—	15	—	6	
9	—	16	—	7	
9	—	17	—	8	
9	—	18	—	9	

§. 18.

Regeln der Abziehung.

1) Man schreibe den Subtrahend so unter den Minuend, daß die Einheiten gleicher Ordnung unter einander zu stehen kommen, mithin Einer unter Einer, Zehner unter Zehner, Hunderte unter Hunderte, Tausende unter Tausende, und so fortgesetzt;

2) Man fange das Abziehen rechts bei den Einern an, setze es dann von der rechten zur linken Seite bei den Zehnern, Hunderten, Tausenden ꝛc. fort, und schreibe die Reste in eben dieser Ordnung unter die Linie, welche man unter dem Subtrahend zieht;

3) Kann man das untere Ziffer vom oberen, das zu klein ist, nicht abziehen, so entlehne man vom nächsten linksstehenden Ziffer eine Einheit, also 1, und betrachte es wie 10.

Soll man z. B. im letzten Falle 8 von 5 abziehen, so entlehne man 1, dieses ist 10, und sage dann, 8 von 15 bleibt 7.

§. 19.

Anwendung dieser Regeln.

I. Beispiel:

Man soll 24 von 86 abziehen.

Auflösung:

1) Weil in diesem Beispiele die Zahl 86 der Minuend, und die Zahl 24 der Subtrahend ist,

schreibe man 24 so unter 86, daß 4 unter 6, und 2 unter 8 zu stehen kömmt, und ziehe einen Strich:

86 Minuend
24 Subtrahend.

2) Man sage jetzt, 4 von 6 bleibt 2, und schreibe 2 unter dem Striche unter 4; ferner sage man, 2 von 8 bleibt 6, und schreibe 6 unter dem Striche unter 2; man bekömmt 62 als den verlangten Rest:

86 Minuend
24 Subtrahend.
62 Rest.

Man erhält also 62 als Rest, wenn man 24 von 86 abzieht, das ist, 86 weniger 24 gibt 62, oder 86 — 24 = 62.

II. Beispiel:

Man subtrahire 3458 von 6794.

1) Man schreibe den Subtrahend 3458 unter den Minuend 6794, und ziehe unten einen Querstrich:

6794 Minuend
3458 Subtrahend.

2) Man fange das Abziehen rechts an, und sage 8 von 4, dies kann man nicht, also entlehne man 1 (einen Zehner) von 9, und sage, weil man nun 10 Einer und 4 Einer hat, 8 von 14 bleibt 6, man schreibt nun 6 unter dem Striche

unter 8, weil man auch rechts das Subtrahiren oder Abziehen anfängt:

679·4 Minuend
345 8 Subtrahend.
6

3) Oben bei 9, wo man ein Zeichen des Entlehnens, einen Punkt oder einen Strich hinmacht, hat man nur mehr 8, daher sage man, 5 von 8 bleibt 3, und schreibe 3 unter dem Striche unter 5 an die Stelle der Zehner:

679·4 Minuend
345 8 Subtrahend.
36

4) Nun sage man bei den Hunderten, 4 von 7 bleibt 3, und schreibe 3 unter dem Striche unter 4 an die Stelle der Hunderte:

679·4 Minuend
345 8 Subtrahend.
336

5) Endlich sage man bei den Tausenden, 3 von 6 bleibt 3, und schreibe 3 unter dem Striche unter 3 an die Stelle der Tausende:

679·4 Minuend
345 8 Subtrahend.
3336 Rest.

Man erhält also 3336 Rest, wenn man 3458 von 6794 abzieht, das ist, 6794 weniger 3458 gibt 3336, oder 6794 — 3457 = 3336.

III. Beispiel:

Man subtrahire 2457 von 4235.

Auflösung:

1) Man schreibe den Subtrahend 2457 unter 4235, und ziehe einen Querstrich:

4235 Minuend
2457 Subtrahend.

2) Man sage, 7 von 5 kann man nicht, man entlehne also 1 (einen Zehner) von 3, mache da einen Punkt, und sage, 7 von 15 bleibt 8, und schreibe 8 unter dem Striche unter 7 an die Stelle der Einer:

423·5 Minuend
245 7 Subtrahend.
8

3) Man sage, weil man 1 von 3 entlehnte oder borgte, 5 von 2 kann man nicht, man entlehne also 1 vom nächsten Ziffer 2, mache den Punkt und sage, 5 von 12 bleibt 7, und 7 schreibe man unter dem Striche unter 5 an die Stelle der Zehner:

4·2·3·5 Minuend
2 4 5 7 Subtrahend.
7 8

4) Man sage ferner, weil man schon 1 von 2 entlehnte, 4 von 1 kann man nicht, man entlehne wieder 1 von 4, mache den Punkt und sage, 4 von 11 bleibt 7, und schreibe 7 unter dem Striche unter 4 an die Stelle der Hunderte:

4·2·3·5 Minuend
2 4 5 7 Subtrahend.
7 7 8

5) Endlich sage man, 2 von 3 bleibt 1, und schreibe 1 unter dem Striche unter 2 an die Stelle der Tausende:

4·2·3·5 Minuend
2 4 5 7 Subtrahend.
1 7 7 8 Rest.

Man erhält demnach 1778 als Rest, wenn man 2457 von 4235 abzieht, das heißt, 4235 weniger 2457 gibt 1778, oder 4235 — 2457 = 1778.

IV. Beispiel:

Man soll 56498 von 60001 abziehen.

Auflösung:

1) Man schreibe den Subtrahend 56498 unter den Minuend, und ziehe einen Querstrich:

60001 Minuend
56498 Subtrahend.

2) Man sage, weil man 8 von 1 nicht subtrahiren kann, 8 von 11 bleibt 3, und schreibe 3 unter dem Striche unter 8 an die Stelle der Einer:

6·0·0·0·1 Minuend
5 6 4 9 8 Subtrahend.
3

3) Nun sage man, weil man immer 1, das 10 gilt, entlehnen muß, 9 von 9 bleibt 0, dann

4 von 9 bleibt 5, ferner 6 von 9 bleibt 3, und 5 von 5 bleibt nichts, und schreibe der Ordnung nach unter dem Striche 0 an die Stelle der Zehner, dann 5 an die Stelle der Hunderte, und 3 an die Stelle der Tausende, während man an die Stelle der Zehntausende die letzte Null nicht mehr schreibt, weil diese links bei ganzen Zahlen keine Bedeutung mehr hat:

6·0·0·0·1 Minuend
5 6 4 9 8 Subtrahend.
3 5 0 3 Rest.

Man erhält also 3503 als Rest, wenn man 56498 von 60001 abzieht, das ist, 60001 — 56498 = 3503.

Anmerkung: 1.) Wenn der Minuend mehrere Ziffern hat, und unten im Subtrahend links keine Ziffer mehr vorkommen, so schreibt man die Ziffer des Minuends, wenn von ihnen nichts entlehnt wurde, unverändert herab; z. B.

3569·48·3 Minuend
5 64 9 Subtrahend.
3563 83 4 Rest.

2) Wenn man eine Ziffer von der Null (0) abziehen soll, und man hat von ihr noch nichts entlehnt, so bedeutet sie, wenn man zu ihr 1, (vielmehr 10) borgt, soviel als 10; hat man aber von ihr schon 1 entlehnt, so gilt sie nur mehr soviel als 9; z. B.

1·0·0·0·0·0 Minuend
5 4 8 2 3 Subtrahend.
4 5 1 7 7 Rest.

3) Bestehet der Minuend und der Subtrahend aus mehreren Zahlen, so bringt man vor der Subtraktion

die Theile des Minuends und die des Subtrahends in eine Summe, und zieht diese von jener ab, z. B.:

Minuend	Subtrahend
5 6 48	3429
9 4 29	2504
3 4 38	8536
5 9 14	3429
24·4·29 erste Summe;	17898 zweite Summe;
17 8 98 zweite Summe	
6 5 31 Rest.	

Man erhält also 6531 zum Reste, wenn man von der Summe der ersten vier Zahlen die Summe der letzten vier Zahlen abzieht.

§. 20.

Probe der Addition.

Durch die Subtraktion kann man die Probe der Addition machen, um sich zu versichern, daß man bei der Rechnung nicht gefehlt hat.

Man zählt nämlich nochmal alle Zahlen, mit Ausnahme einer einzigen, zusammen, und subtrahirt die neue Summe von der vorigen Summe, es muß der Rest die weggelassene Zahl oder den ausgeschlossenen Summanden betragen.

Hat man z. B. die Zahlen 5648, dann 9429, ferner 3438 und 5914 addirt, und zur Summe 24429 erhalten, so zählt man die letzten drei Zahlen mit Ausnahme der Zahl 5648 zusammen, und zieht die zweite Summe 18781 von der ersten Summe 24429 ab, es gibt der Rest 5648 den weggelassenen Summanden wieder; das ist,

5648	5648
9429	9429
3438	3438
5914	5914
24429 erste Summe;	2·4·4·29 erste Summe
	1 8 7 81 zweite Summe
	5 6 48 als Rest wieder der obere Posten.

§. 21.

Probe der Subtraktion.

Ueber die Subtraktion macht man die Probe durch die Addition, wenn man den Rest zum Subtrahend addirt, um den Minuend wieder zu erhalten.

Hat man z. B. die Zahl 15314 von 38429 abgezogen, und man zählt den Rest 23115 zum Subtrahend 15314, so erhält man wieder, wenn die Rechnung richtig ist, den Minuend 38429;

38429 Minuend
15314 Subtrahend.

23115 Rest

38429 Probe.

§. 22.

Uebungsbeispiele der Subtraktion.

I. Beispiel mit der Auflösung:

1)	2)	3)
68	568	4862
34	246	2622
34	322	2240

4) 5965 · 3542 = 2423

5) 23648 · 12326 = 11322

6) 98425 · 74213 = 24212

7) 4·29 · 1 42 = 2 87

8) 29·3 · 128 = 165

9) 246·4 · 1025 = 1439

10) 2486·0 · 12432 = 12428

11) 9·3·5·6·8 · 5 4789 = 3 8779

12) 9·2 3·7·5 · 9879 = 82496

13) 8·39126 · 3 97023 = 4 42103

14) 8·0654·2 · 5 64203 = 2 42339

15) 26348·69 · 2010378 = 624491

16) 29·3·0·4 · 12836 = 16468

17) 6·49·0·36 · 580041 = 68995

18) 58·0·0·0·0 · 432568 = 147432

19) 84·3·0·0·0·6 · 6257368 = 21726638

20) 3·4·0·6·0·08 · 1578698 = 1827310

II. Beispiele ohne die Auflösung.

1) 98 · 34 =

2) 768 · 493 =

3) 6394 · 4263 =

4) 5786 · 3454 =

5) 34806 · 12585 =

6) 72504 · 24411 =

7) 354400 · 168989 =

8) 74006 · 32180 =

9) 1345023 · 567653 =

10) 3033955	11) 546800009	12) 3970087603
1145567	200098799	1645689783

Anmerkung: Bei der Auflösung dieser und der vorigen Beispiele mache man immerhin auch die Probe, um sich von der Richtigkeit der Rechnung zu überzeugen, und sich zugleich wieder in der Addition zu üben.

IV. Abschnitt.

Von der Multiplikation oder Vermehrung gleichbenannter Zahlen.

§. 23.

Erklärungen.

1) Multiplizieren oder vermehren heißt eine Zahl so oft setzen, als es eine andere anzeigt; auf diese Weise multiplizire ich z. B., wenn ich sage, 4mal 6 gibt 24. oder 6, viermal genommen, gibt 24.

2) Die Zahl, welche man so oft setzt, als es eine andere anzeigt, heißt Multiplikand, und die Zahl, welche anzeigt, wie oft eine Zahl gesetzt werden soll, heißt Multiplikator.

3) Zahlen, die man mit einander multipliziren soll, heißt man Faktoren, und die Zahl, welche bei der Multiplikation herauskömmt, wird Produkt genannt.

Im vorigen Beispiele sind die Zahlen 6 und 4 die Faktoren, und zwar 6 ist der Multiplikand,

dann 4 ist der Multiplikator, und 24 ist das erhaltene Produkt, weil 4mal 6 die Zahl 24 gibt.

4) Die Multiplikation oder die Vermehrung ist demnach die Rechnungsart, bei welcher man zu gegebenen Zahlen die Produkte als neue Zahlen findet.

5) Das Zeichen der Multiplikation ist ein Punkt (.), oder ein stehendes Kreuz (×); daher bedeutet z. B. der Ausdruck 6.4 oder 6 × 4, man soll 6 mit 4 multipliziren.

§. 24.

Die Multiplikationstabelle, oder das Einmaleins.

Damit man multipliziren kann, muß man nachstehende Tabelle genau auswendig wissen; man nennt sie das Einmaleins, oder die pythagorische Tafel, sie lautet so:

I.				II.				III.			
1	mal	0	ist 0	2	mal	0	ist 0	3	mal	0	ist 0
1	mal	1	ist 1	2	mal	1	ist 2	3	mal	1	ist 3
1	mal	2	ist 2	2	mal	2	ist 4	3	mal	2	ist 6
1	mal	3	ist 3	2	mal	3	ist 6	3	mal	3	ist 9
1	mal	4	ist 4	2	mal	4	ist 8	3	mal	4	ist 12
1	mal	5	ist 5	2	mal	5	ist 10	3	mal	5	ist 15
1	mal	6	ist 6	2	mal	6	ist 12	3	mal	6	ist 18
1	mal	7	ist 7	2	mal	7	ist 14	3	mal	7	ist 21
1	mal	8	ist 8	2	mal	8	ist 16	3	mal	8	ist 24
1	mal	9	ist 9	2	mal	9	ist 18	3	mal	9	ist 27

IV.				V.			
4	mal	0	ist 0	5	mal	0	ist 0
4	mal	1	ist 4	5	mal	1	ist 5

4	mal	2	ist	8
4	mal	3	ist	12
4	mal	4	ist	16
4	mal	5	ist	20
4	mal	6	ist	24
4	mal	7	ist	28
4	mal	8	ist	32
4	mal	9	ist	36

5	mal	2	ist	10
5	mal	3	ist	15
5	mal	4	ist	20
5	mal	5	ist	25
5	mal	6	ist	30
5	mal	7	ist	35
5	mal	8	ist	40
5	mal	9	ist	45

VI.

6	mal	0	ist	0
6	mal	1	ist	6
6	mal	2	ist	12
6	mal	3	ist	18
6	mal	4	ist	24
6	mal	5	ist	30
6	mal	6	ist	36
6	mal	7	ist	42
6	mal	8	ist	48
6	mal	9	ist	54

VII.

7	mal	0	ist	0
7	mal	1	ist	7
7	mal	2	ist	14
7	mal	3	ist	21
7	mal	4	ist	28
7	mal	5	ist	35
7	mal	6	ist	42
7	mal	7	ist	49
7	mal	8	ist	56
7	mal	9	ist	63

VIII.

8	mal	0	ist	0
8	mal	1	ist	8
8	mal	2	ist	16
8	mal	3	ist	24
8	mal	4	ist	32
8	mal	5	ist	40
8	mal	6	ist	48
8	mal	7	ist	56
8	mal	8	ist	64
8	mal	9	ist	72

IX.

9	mal	0	ist	0
9	mal	1	ist	9
9	mal	2	ist	18
9	mal	3	ist	27
9	mal	4	ist	36
9	mal	5	ist	45
9	mal	6	ist	54
9	mal	7	ist	63
9	mal	8	ist	72
9	mal	9	ist	81

Anmerkung: 1.) Bei diesem Einmaleins darf man die Stellen der Faktoren nicht mehr verwechseln.

weil sie schon in umgekehrter Ordnung vorkommen, und man auch immerhin das nämliche Produkt erhält. Auf diese Weise findet man bei Nr. III., daß 3mal 5 die Zahl 15, und bei Nro. V., 5 mal 3 auch 15 gibt, da es immer gleich viel gibt, ob man sagt, 3 mal 5, oder 5 mal 3.

2) Ist einer der Faktoren, also eine der gegebenen Zahlen Null, so ist allemal auch das Produkt Null; indem z. B. 3 mal o wieder o gibt, und umgekehrt o mal 3 auch o ist.

3) Ist einer der Faktoren 1, so wird der andere Faktor das Produkt, da z. B. 4 mal 1 wieder 4 gibt, und 1 mal 4 ebenfalls 4 ist.

§. 25.

I. Regel der Multiplikation, wenn der Multiplikator nur aus einem Ziffer besteht.

1) Man schreibe den Multiplikator rechts unter die Einer des Multiplikands, und ziehe einen Querstrich;

2) Man fange rechts an, und multiplizire der Ordnung nach gegen die linke Seite hin alle Einheiten, das ist, alle Ziffer des Multiplikands mit dem Multiplikator, und schreibe die Produkte in eben dieser Ordnung unter den Strich;

3) Geht ein Produkt auf 10, oder darüber, so schreibe man davon, weil es mit zwei Ziffern zu bezeichnen ist, nur das rechtsstehende Ziffer unter dem Striche an, und zähle das andere Ziffer, wie bei der Addition, zu den nächstfolgenden Einheiten;

4) Erhält man bei der Multiplikation des letzten linksstehenden Ziffers ein Produkt, das 10 oder darüber beträgt, so schreibe man es ganz, wie es ist, zur linken Seite unter den Strich.

I. Beispiel:

Man multiplizire 4321 mit der Zahl 2.

Auflösung:

1) Weil hier 4321 der Multiplikand ist, und 2 der Multiplikator, so schreibe man 2 unter 1, und ziehe eine Linie:

4321 Multiplikand
2 Multiplikator

---

2) Man sage nach dem Einmaleins, 2 mal 1 ist 2, dann 2 mal 2 ist 4, ferner 2 mal 3 ist 6, und 2 mal 4 ist 8, und schreibe der Ordnung nach von der rechten zur linken Seite die Produkte 2, dann 4, ferner 6, und 8 unter den Strich;

4321 Multiplikand
2 Multiplikator

8642 Produkt.

2 mal 4321 ist demnach 8642, oder 4321 gibt, 2 mal genommen, 8642, das ist, 4321 × 2 = 8642; indem 1 Einer 2 mal genommen 2 Einer, dann 2 Zehner 2 mal genommen 4 Zehner, ferner 3 Hundert 2 mal genommen 6 Hundert, und 4 Tausend, 2 mal genommen 8 Tausend geben, oder

4000 + 300 + 20 + 1
× 2

8000 + 600 + 40 + 2 = 8640.

II. Beispiel:

Man soll 24698 mit 3 multiplizieren.

Auflösung:

1) Man schreibe auf die vorige Weise den Multiplikator 3 unter den Multiplikand 24698, und ziehe einen Querstrich;

24698 Multiplikand
3 Multiplikator

2) Man fange rechts an, und sage, 3 mal 8 gibt 24, man schreibe 4 unter dem Striche an die Stelle der Einer, und behalte 2 für die nächste Stelle:

24698 Multiplikand
3 Multiplikator

4

3) Man sage, 3 mal 9 gibt 27, und die vorigen 2 geben 29, man schreibe also 9 an die Stelle der Zehner, und behalte 2 für die nächste Stelle:

24698
3

94

4) Man sage, 3 mal 6 gibt 18, und die vorigen 2 dazu geben 20, man schreibe 0, und behalte 2 für die nächste Stelle:

24698
3

094

5) Man sage 3 mal 4 gibt 12, und die vorigen 2 geben 14, man schreibe 4, und behalte 1 für die nächste Stelle:

24698
3

4094

6) Endlich sage man, 3 mal 2 gibt 6, und 1 dazu gibt 7, man schreibe 7 an die letzte Stelle:

24698 Multiplikand
3 Multiplikator

74094 Produkt.

Es gibt also 24698 mit 3 multiplizirt zum Produkte 74094, oder 24698 × 3 = 74094.

III. Beispiel:

Man soll 358 mit 6 multiplizieren.

Auflösung:

1) Man schreibe 6 unter 358, und ziehe die Querlinie:

358 Multiplikand
6 Multiplikator.

2) Man sage, 6 mal 8 gibt 48, schreibe 8 unter den Strich, und behalte 4; dann sage man, 6 mal 5 gibt 30 und 4 gibt 34, man schreibe 4 unter den Strich, und behalte 3, endlich sage man, 6 mal 3 gibt 18 und 3 gibt 21, man schreibe 21 ganz an, wie hier:

358 Multiplikand
6 Multiplikator

2148 Produkt.

Es gibt also 358, mit 6 multiplizirt, zum Produkte 2148 oder 358 × 6 = 2148.

§. 26.

II. Regel der Multiplikation, wenn der Multiplikand und der Multiplikator mehrere Ziffern hat.

1) Haben beide Faktoren eine ungleiche Anzahl von Ziffern, so nehme man, weil man die Stellen verwechseln darf, die größere Zahl als Multiplikand und die kleinere als Multiplikator an, und schreibe diese unter jene;

2) Nun multiplizire man nach Vorschrift des vorigen §. von der rechten zur linken Seite mit dem ersten rechts stehenden Ziffer des Multiplikators den ganzen Multiplikand;

3) Dieses thue man mit allen folgenden Ziffern des Multiplikators, das heißt, mit einem jeden multiplizire man den ganzen Multiplikand;

4) Das zweite Produkt, das man durch die Multiplikation mit dem zweiten Ziffer erhält, rücke man um eine Stelle zur linken Seite, so daß unter die Einer des ersten Produktes keine Ziffer zu stehen kömmt;

5) Eben so rücke man, indem man die Produkte unter einander schreibt, jedes folgende Ziffer um eine Stelle zur linken Seite;

6) Hat man mit allen Ziffern des Multiplikators die Multiplikation ausgeführt, so addire man nach den aufgestellten Regeln die einzelnen Produkte gerade so, wie sie da stehen, es gibt ihre Summe das verlangte Totalprodukt.

I. Beispiel:

Man soll 76 mit 42 multipliziren.

Auflösung:

1) Weil beide Faktoren gleichviel Ziffern haben, so schreibe man 76 als Multiplikand und 42 als Multiplikator an, und ziehe einen Querstrich:

76 Multiplikand
42 Multiplikator

2) Man sage, um mit dem ersten Ziffer 2 des Multiplikators zu multipliziren, 2 mal 6 gibt 12, man schreibe 2 unter den Strich, und behalte 1, ferner sage man, 2 mal 7 gibt 14 und 1 gibt 15, man schreibe 15 ganz an, wie hier:

76 Multiplikand
42 Multiplikator
152

3) Nun sage man, damit man auch mit dem zweiten Ziffer des Multiplikators multiplizirt, 4 mal 6 gibt 24, man schreibe 4 um eine weitere Stelle links, also unter 5, und behalte 2; endlich sage man, 4 mal 7 gibt 28, und 2 gibt 30, man schreibe 30 ganz zur linken Seite an:

76
42
152
304

4) Man ziehe wieder einen Querstrich, und zähle diese zwei Produkte, nämlich die Zahlen 152 und 304, wie sie da stehen, zusammen, und man erhält das verlangte ganze Produkt 3192, wie hier:

76 Multiplikand
42 Multiplikator

152
304

3192 Produkt.

Es gibt also 42 mal 76 die Zahl 3192, das ist, 76 mit 42 multiplizirt gibt 3192 als Produkt, oder $76 \times 42 = 3192$.

II. Beispiel:

Man soll 5498 mit 346 multipliziren.

Auflösung:

1) Man schreibe die größere Zahl 5498 als Multiplikand und darunter als Multiplikator die kleinere Zahl 346, und ziehe einen Querstrich:

5498 Multiplikand
346 Multiplikator

2) Man multiplizire mit 6 als dem ersten Ziffer des Multiplikators den ganzen Multiplikand 5498, indem man sagt, 6 mal 8 gibt 48, schreibe 8, behalte 4, dann 6 mal 9 gibt 54 und 4 gibt 58, schreibe 8, behalte 5, ferner 6 mal 4 gibt 24 und 5 gibt 29, endlich sage man, 6 mal 5 gibt 30 und 2 gibt 32, man schreibe 32 ganz an. Auf diese Weise erhält man das erste einzelne Produkt 32988, welches unter dem Striche angeschrieben wird, wie hier:

5498
346
32988

3) Man multiplizire jetzt mit 4 als dem zweiten Ziffer des Multiplikators, indem man sagt, 4 mal 8 gibt 32, man schreibe 2 links unter das zweite Ziffer 8, und behalte 3, dann sage man, 4 mal 9 gibt 36 und 3 gibt 39, man schreibe 9, und behalte 3, ferner sage man, 4 mal 4 gibt 16 und 3 gibt 19, man schreibe 9, und behalte 1, endlich sage man, 4 mal 5 gibt 20 und 1 gibt 21, man schreibe 21 ganz an; das auf diese Weise erhaltene einzelne Produkt, kömmt um eine Stelle mehr links unter das vorige Produkt zu stehen, wie hier:

5498
346

32988
21992

4) Auf eine ähnliche Weise multiplizire man mit 3 als dem letzten Ziffer des Multiplikators den Multiplikand 5498, schreibe das erhaltene Produkt 16494 wieder um eine Stelle mehr links, unter die vorigen Produkte, und addire alle Produkte, wie hier:

5498 Multiplikand
346 Multiplikator

32988
21992
16494

1902308 das ganze Produkt.

Es gibt also 5498 mit 346 multiplizirt das Produkt 1'902.308, oder $5498 \times 346 = 1'902.308$.

III. Beispiel:

Man multiplizire 36 mit der Zahl 4006.

Auflösung:

1) Man verwechsle die Stellen, und multiplizire 4006 mit 36, und schreibe deßhalb die größere Zahl 4006 als Multiplikand, und die kleinere 36 als Multiplikator:

4006 Multiplikand
36 Multiplikator

---

2) Man sage nun, 6 mal 6 gibt 36, schreibe 6 behalte 3, dann 6 mal 0 ist 0, schreibe 3 an die Stelle der Null, ferner 6 mal 0 ist 0, schreibe 0, endlich sage man, 6 mal 4 gibt 24, und man schreibe 24 ganz an:

4006
36

24036

3) Nun multiplizire man mit 3, und sage, 3 mal 6 gibt 18, schreibe 8, behalte 1, dann 3 mal 0 ist 0, und 1 gibt 1, man schreibe 1, ferner 3 mal 0 ist 0, schreibe 0, und endlich 3 mal 4 ist 12, man schreibe 12 ganz aus, und bringe dann beide Produkte in eine Summe:

4006 Multiplikand
36 Multiplikator

24036
12018

144216 Totalprodukt.

Es gibt also 36 mit 4006, oder 4006 mit 36 multiplizirt, zum Produkte 144.216, oder 36 × 4006 = 4006 × 36 = 144.216.

§. 27.

III. Regel der Multiplikation, wenn der Multiplikator in der Mitte Nullen hat.

1) Hat der Multiplikator in der Mitte Nullen, und man multiplizirt mit diesen, so werden die Produkte allemal Null;

2) Deßwegen läßt man die Multiplikation mit den Nullen ganz aus, und multiplizirt nur mit den bedeutlichen Zahlziffern, indeß aber so, daß so oft das Produkt um eine Stelle mehr linkegesetzt wird, so oft man mit einer Null multipliziren sollte.

I. Beispiel:

Man multiplizire 3428 mit 406.

Auflösung:

1) Man setze 3428 als Multiplikand, und 406 als Multiplikator:

3428 Multiplikand
406 Multiplikator

2) Man multiplizire auf die angezeigte Weise mit dem ersten Ziffer 6, man erhält 20568 als das erste Theilprodukt:

3428
406
20568

3) Würde man mit 0 multipliziren, so erhielte man 0000, diese Nullen schreibt man aber nicht, weil sie allein keine Bedeutung haben, und man multiplizire dagegen mit dem nächsten Ziffer 4, und schreibe das erhaltene Produkt um eine Stelle mehr links, also von der dritten Stelle an gegen die linke Seite hin:

3428		3428	
406	anstatt	406	. .
20568		20568	
13712		0000	
1391768		13712	
		1391768	

Man bekömmt also 1'391.768 zum Produkte, wenn man 3428 mit 406 multiplizirt; das ist; $3428 \times 406 = 1'391.768$.

II. Beispiel:

Man multiplizire 4008 mit 9005.

Auflösung:

1) Man setze 4008 als Multiplikand, und 9005 als Multiplikator:

4008 Multiplikand
9005 Multiplikator

2) Man multiplizire 4008 mit 5 und mit 9, schreibe die Produkte auf die angezeigte Weise an, und addire sie:

4008 Multiplikand
9005 Multiplikator

20040
36072

36'092.040 Totalprodukt,
anstatt
4008
9005

20040
0000
0000
36072

36'092.040

Es gibt also 4008 mit 9005 multiplizirt 36'092.040
oder $4008 \times 9005 = 36'092.040$.

§. 28.

IV. Regel der Multiplikation, wenn mehr als zwei Faktoren gegeben sind.

1) Man multiplizire zwei beliebige Faktoren, etwa die beiden ersten, mit einander;

2) Das erhaltene Produkt multiplizire man mit dem nächsten Faktor, dann das neue Produkt wieder mit dem nächsten Faktor, und setze dieses verfahren so lange fort, bis man mit allen Faktoren multiplizirt hat.

I. Beispiel:

Man multiplizire die Zahlen 24 dann 36 und 48 mit einander.

Auflösung:

1) Man multiplizire nach den angegebenen Regeln zwei Faktoren, etwa die beiden ersten Zahlen mit einander:

24 erster Faktor
36 zweiter Faktor

144
72

864

2) Das erhaltene Produkt 864 multiplizire man mit dem letzten Faktor 48:

864
48 dritter Faktor

6912
3456

41472 Produkt.

Es ist also $24 \times 36 = 864 \times 48 = 41472$,
oder $24 \times 36 \times 48 = 41472$.

II. Beispiel:

Man multiplizire die Zahlen 405, dann 4008 und 60 mit einander.

Auflösung:

1) Man multiplizire zuerst 405 mit 4008, oder wenn man die Stellen verwechselt, 4008 mit 405:

4008 erster Faktor
405 zweiter Faktor

20040
16032

1623240

2) Das Produkt 1'623'240 multiplizire man mit dem lezten Faktor 60:

1623240
60 lezter Faktor

97394400 Totalprodukt.

Oder 405 × 4008 × 60 = 97'394.400.

§. 29.

Die Probe der Multiplikation durch Subtraktion.

1) Man vermindere den Multiplikator um 1, und multiplizire wieder den vorigen Multiplikand;

2) Das erhaltene neue Produkt subtrahire man vom vorigen Produkte, es muß als Rest der Multiplikand herauskommen.

I. Beispiel:

Im §. 26 hat man im ersten Beispiele 76 mit 42 multiplizirt, und zum Produkte die Zahl 3192 erhalten.

Wenn man nun den Multiplikator 42 um 1 vermindert, und 76 mit 41 multiplizirt, so erhält man zum Produkte die Zahl 3116.

Subtrahirt man nun diese Zahl vom ersten Produkte 3192, so erhält man den Multiplikand 76

als Rest, woraus man die Richtigkeit der vorgenommenen Rechnung erkennt.

II. Beispiel:

Im §. 26 hat man im zweiten Beispiele 5498 mit 346 multiplizirt, und zum Produkte die Zahl 1'902.308 erhalten.

Wenn man nun den Multiplikator 346 um 1 vermindert, und 5498 mit 345 multiplizirt, so erhält man zum zweiten Produkt die Zahl 1'896.810.

Wird nun diese Zahl 1'896.810 vom vorigen Produkte 1'902.308 abgezogen, so erhält man den Multiplikand 5498 als Rest, und daraus erkennt man die Richtigkeit der Rechnung.

§. 30.

Die sogenannte Neunerprobe.

I. Beispiel:

1) Man multiplizire 76 mit 42:

76 Multiplikand
42 Multiplikator

152
304

3192 Produkt.

2) Man mache zwei Linien, die sich in der Gestalt eines Kreuzes durchschneiden, zähle die Ziffer des Multiplikators 42 zusammen, und setze die Summe 6 links in das Kreuz:

6X

3) Man addire die Ziffer des Multiplikands 76, und sage, 7 und 6 gibt 13, davon 9 gibt 4, und schreibe 4 rechts in das Kreuz:

6X4

4) Man multiplizire die beiden im Kreuze stehenden Ziffer 6 und 4, addire die Ziffer des Produktes 24, und setze die Summe 6 oben in das Kreuz:

6
6X4

Endlich addire man die Ziffer des Produktes 3192, ihre Summe ist 15, davon 9 gibt 6, und schreibe 6 unten in das Kreuz:

6
6X4
6

Weil nun hier im Kreuze unten und oben das nämliche Ziffer 6 steht, so ist die Rechnung richtig.

II. Beispiel:

1) Man multiplizire 5498 mit 346:

5498 Multiplikand
346 Multiplikator

32988
21992
16494

1902308 Produkt.

2) Man addire die Ziffer des Multiplikators 346, ihre Summe ist 13, davon 9 gibt 4, man schreibe 4 links in das Kreutz:

4 X

3) Man addire die Ziffer des Multiplikands, und thue so oft 9 davon, als man kann, man erhält zum letzten Reste das Ziffer 8, welches man rechts in das Kreutz schreibt:

4 X 8

4) Man multiplizire die beiden erhaltenen Ziffer 4 und 8 mit einander, zähle die Ziffer des Produktes 32 zusammen, und schreibe die Summe 5 oben in das Kreutz:

5
4 X 8

5) Endlich addire man die Ziffer des Produktes 1'902.308, thue 9 so oft davon, als man kann, und schreibe den letzten Rest 5 unten in das Kreutz:

5
4 X 8
5

Weil man oben und unten das nämliche Ziffer 5 erhält, so ist die Rechnung wieder richtig.

Anmerkung. 1.) Wenn man beide Proben mit einander vergleicht, so wird man finden, daß die im vorigen §. angeführte mittels der Subtraktion bequemer ist, als die Neunerprobe.

2) Im nächsten Abschnitte wird gezeigt werden, wie man durch die Division die Probe der Multiplikation machen kann.

§. 31.

Uebungsbeispiele der Multiplikation.

I. Beispiele mit der Auflösung:

1) 1253
2
2506

2) 23412
4
93648

3) 56000
3
168000

4) 4589
34
18356
13767
156026

5) 35482
98
283856
319338
3477236

6) 345678
234
1382712
1037034
691356
80888652

7) 50408
687
352856
403264
302448
34630296

8) 45632
1234
182528
136896
91264
45632
56309888

9) 678000
34
2712
2034
23052000

10) 568000
2300
1704
1136
1306400000

11) 564008 · 304 = 171458432

12) 345978000 · 341000 = 117978498000000

13) $4 \times 5 \times 36 \times 48 = 34560.$

14) $36 \times 9 \times 54 \times 114 = 1994544.$

II. Beispiele ohne die Auflösung:

1) 6432 · 4 = 2256032

2) 748960 · 3 = 1692024

3) 5634 · 50 = 281700

4) 678934 · 800 = 543147200

5) 23456 · 24 = 563040

6) 978345 · 36 = 35220420

7) 893456 · 234 = 209089104

8) 4593218 · 567 = 2604519606

9) 6683459 · 3456 = 23094855504

10) 4582714 · 13549 = 62085000886

11) 45678000 · 3400 = 155305200000

12) 57000345 · 60029 = 3421219750005

13) $46 \times 39 \times 8 \times 34.$

14) $314 \times 28 \times 539 \times 8.$

Anmerkung: Auch hier mache man auf die angezeigte Weise die Probe, um sich von der Richtigkeit der Rechnung zu überzeugen, und nebenbei in der Addition und Subtraktion sich mehrfach zu üben.

V. Abschnitt.

Von der Division oder Theilung gleichbenannter Zahlen.

§. 32.

Erklärungen.

1) Quotient heißt diejenige Zahl, welche anzeigt, wie oft eine Zahl in der anderen enthalten ist, oder wie oft man eine Zahl von der anderen wegnehmen kann.

Es ist z. B. die Zahl 4 in 8 zweimal enthalten, oder man kann sie 2 mal von 8 wegnehmen; daher ist 2 der Quotient.

2) Dividend oder die zuvertheilende Zahl heißt diejenige Zahl, in welcher eine andere Zahl enthalten ist, und Divisor oder Theiler heißt diejenige Zahl welche so oft im Dividend enthalten ist, als es der Quotient anzeigt.

Im vorigen Beispiele ist 4 der Divisor oder Theiler und 8 ist der Dividend oder die zuvertheilende Zahl.

3) Dividiren oder Theilen heißt diejenige Zahl finden, welche angibt, wie oft eine Zahl in der anderen enthalten ist, und die Division oder Theilung wird die Rechnungsart genannt,

bei der man den Quottenten findet, oder angibt, wie oft eine Zahl in der anderen enthalten ist.

4) Das Zeichen der Division ist ein Doppelpunkt (:), bei dem der Dividend links und der Divisor rechts geschrieben wird.

Dasselbe ist auch ein Querstrich (—), bei welchem man den Dividend oben, und den Divisor unten schreibt.

Auf diese Weise z. B. bedeutet 8 : 4 oder $\frac{8}{4}$, man soll 8 durch 4 dividiren oder theilen.

Anmerkung: 1.) Das Wort „Theilung" kömmt daher, weil der Quotient angibt, in wieviel gleiche Theile der Dividend zu theilen ist, um zu erkennen, wie oft man den Divisor vom Dividend wegnehmen kann.

Theilt man im angeführten Beispiele die Zahl 8 in zwei gleiche Theile, so bekömmt man 2 mal 4, und daraus erkennt man, daß 4 in 8 zweimal enthalten ist.

2) Anstatt daß man z. B. sagt, 4 in 8 ist 2 mal enthalten, sagt man kürzer, 4 in 8 geht 2 mal, was dann eben so viel bedeutet, als wenn man sagt, 4 kann man von 8 zweimal wegnehmen.

3) Wenn man eine Zahl mit sich selbst dividirt, so erhält man allemal 1 zum Quotienten, weil jede Zahl in sich selbst einmal enthalten ist; daher ist z. B. 8 : 8 oder $\frac{8}{4}$ gleich 1.

4) Wenn man eine Zahl mit 1 dividirt, kömmt der unveränderte Dividend als Quotient zum Vorscheine; deßwegen ist z. B. die Zahl 8 getheilt durch 1 gleich 8, oder 8 : 1 = 8.

5) Wenn man die Null (o) mit einer Zahl dividirt, so ist der Quotient wieder eine Null, das heißt z. B., es ist o : 8 = o.

§. 33.

Das Einseins, oder die Divisionstabelle.

Um das Theilen oder Dividiren zu lernen, muß man vorhin nachstehende Tabelle genau inne haben, sie lautet so:

I.

1 in 1 geht 1 mal
1 in 2 geht 2 mal
1 in 3 geht 3 mal
1 in 4 geht 4 mal
1 in 5 geht 5 mal
1 in 6 geht 6 mal
1 in 7 geht 7 mal
1 in 8 geht 8 mal
1 in 9 geht 9 mal

II.

2 in 2 geht 1 mal
2 in 4 geht 2 mal
2 in 6 geht 3 mal
2 in 8 geht 4 mal
2 in 10 geht 5 mal
2 in 12 geht 6 mal
2 in 14 geht 7 mal
2 in 16 geht 8 mal
2 in 18 geht 9 mal

III.

3 in 3 geht 1 mal
3 in 6 geht 2 mal
3 in 9 geht 3 mal
3 in 12 geht 4 mal
3 in 15 geht 5 mal
3 in 18 geht 6 mal
3 in 21 geht 7 mal
3 in 24 geht 8 mal
3 in 27 geht 9 mal

IV.

4 in 4 geht 1 mal
4 in 8 geht 2 mal
4 in 12 geht 3 mal
4 in 16 geht 4 mal
4 in 20 geht 5 mal
4 in 24 geht 6 mal
4 in 28 geht 7 mal
4 in 32 geht 8 mal
4 in 36 geht 9 mal

V.

5 in 5 geht 1 mal
5 in 10 geht 2 mal
5 in 15 geht 3 mal

VI.

6 in 6 geht 1 mal
6 in 12 geht 2 mal
6 in 18 geht 3 mal

5	in	20	geht	4	mal	6	in	24	geht	4	mal
5	in	25	geht	5	mal	6	in	30	geht	5	mal
5	in	30	geht	6	mal	6	in	36	geht	6	mal
5	in	35	geht	7	mal	6	in	42	geht	7	mal
5	in	40	geht	8	mal	6	in	48	geht	8	mal
5	in	45	geht	9	mal	6	in	54	geht	9	mal

VII.

7	in	7	geht	1	mal
7	in	14	geht	2	mal
7	in	21	geht	3	mal
7	in	28	geht	4	mal
7	in	35	geht	5	mal
7	in	42	geht	6	mal
7	in	49	geht	7	mal
7	in	56	geht	8	mal
7	in	63	geht	9	mal

VIII.

8	in	8	geht	1	mal
8	in	16	geht	2	mal
8	in	24	geht	3	mal
8	in	32	geht	4	mal
8	in	40	geht	5	mal
8	in	48	geht	6	mal
8	in	56	geht	7	mal
8	in	64	geht	8	mal
8	in	72	geht	9	mal

IX.

9	in	9	geht	1	mal
9	in	18	geht	2	mal
9	in	27	geht	3	mal
9	in	36	geht	4	mal
9	in	45	geht	5	mal
9	in	54	geht	6	mal
9	in	63	geht	7	mal
9	in	72	geht	8	mal
9	in	81	geht	9	mal

Anmerkung: 1.) Will man z. B. wissen, wie oft 6 in 30 enthalten ist, so sucht man in dieser Tabelle bei Nro. VI., da findet man, 6 in 30 geht 5 mal, das heißt, 6 ist in 30 fünfmal enthalten.

2) Wenn Zahlen kleiner sind als 100, und in der Tabelle nicht vorkommen, so nimmt man den Quotienten der nächst kleinern Zahl der Tabelle; daher sagt man z. B. bei Nro. V., die Zahl 5 in 32 geht 6 mal, indem 5 mal 6 die Zahl 30 gibt, indeß aber 2 als Rest bleibt.

§. 34.

I. Regel der Division, wenn der Divisor nur eine Ziffer hat.

1) Man schreibe den Divisor unter den Dividend, so daß links der Divisor unter das erste Ziffer des Dividends zu stehen kömmt, wenn er nicht größer ist, als dieses Ziffer; ist er aber größer, so schreibe man ihn unter das zweite Ziffer des Dividends;

2) Nach der Divisionstabelle suche man, wie oft der Divisor im ersten links stehenden Ziffer des Dividens, oder, wenn dieses zu klein ist, in den beiden ersten Ziffern desselben enthalten ist;

3) Den erhaltenen Quotienten schreibe man rechts nach einem am Dividend gezogenen Vertikalstriche; man multiplizire diesen Quotienten mit dem Divisor, schreibe das Produkt unter den Divisor, und subtrahire es von den zur Division genommenen Ziffern;

4) Zum Reste setze man das nächste Ziffer des Dividends, schreibe darunter den Divisor, und man verfahre, wie vorhin, um das zweite Ziffer des Quotienten zu erhalten, man multiplizire wieder den Divisor, und ziehe das Produkt ab;

5) Dieses Verfahren setze man so lange fort, bis man bei allen Ziffern des Dividends die Division vorgenommen hat;

6) Bleibt zuletzt ein Rest, der allemal kleiner seyn muß, als der Divisor, so füge man diesen dem Quotienten bruchartig bei, indem man ihn über das Bruchzeichen einen Querstrich, und darunter den Divisor schreibt.

I. Beispiel:

Man dividire 468 mit 2:

Auflösung:

1) Man schreibe den Dividend 468, dann 2 als Divisor darunter, und ziehe rechts als Trennungszeichen einen Vertikalstrich:

Dividend	468	|
Divisor	2	|

2) Weil 2 in 4 zweimal geht, so schreibe man 2 rechts als Quotienten, multiplizire 2 mit 2, setze das Produkt 4 links unter 4, und subtrahire 4 von 4:

Dividend	468	| 2
Divisor	2	|
	4	|
	—	

3) Zum Reste, der hier Null ist, setze man das nächste Ziffer 6 herab, bezeichne es mit einem Strichlein unten, und sage dann, der Divisor 2, welcher unter das herabgesetzte Ziffer 6 geschrieben wird, geht in 6 dreimal, man schreibe 3 rechts zum vorhin gefundenen Ziffer 2, multiplizire 2 mit 3, und ziehe das Produkt 6 von 6 ab.

Dividend 468 | 23
Divisor 2'
4
Divisor -6
2
6
0

4) Endlich setze man 8 herab, und verfahre auf die vorige Weise, um den letzten Theil des Quotienten zu erhalten, welcher 4 ist:

Dividend 468 | 234 Quotient
Divisor 2''
4
-6
Divisor 2
6
-8
Divisor 2
8
0

Daher ist die Zahl 2 in 468 so oft enthalten, als es 234 anzeigt, somit 234 mal, oder 468 getheilt durch 2 gibt 234 zum Quottenten, das ist, 468:2 = 234.

II. Beispiel:

Man dividire 46895 mit 5.

Auflösung:

1) Man schreibe links unter den Dividend 46895

den Divisor 5 so, daß 5 unter 6 zu stehen kömmt, und ziehe rechts den Vertikalstrich:

Dividend	46895	
Divisor	5	

2) Man sage nach der Divisionstabelle, 5 in 46 geht 9 mal, schreibe 9 rechts, multiplizire 5 mit 9, schreibe das Produkt links unter den Dividend, und ziehe es von den zur Division genommenen zwei Ziffern 46 ab:

Dividend	46895	9
Divisor	5	
	45	
	1	

3) Zum Reste 1 schreibe man das nächste Ziffer 8, schreibe unter 18 wieder den Divisor 5, und verfahre auf die vorige Weise, um das zweite Ziffer des Quotienten zu erhalten:

Dividend	46895	93
Divisor	5	
	45	
	18	
Divisor	5	
	15	
	3	

4) Zum Reste 3 setze man das nächste Ziffer 9, und verfahre so bei allen noch übrigen Ziffern des Dividends, um nach und nach alle Theile des Quotienten zu erhalten:

Dividend	46895	9379	Quotient
Divisor	5		
	45		
	18		
Divisor	5		
	15		
	39		
Divisor	5		
	35		
	45		
Divisor	5		
	45		

Wenn man also 46895 mit 5 dividirt, so erhält man 9379 zum Quotienten, das ist, 46895: 5 = 9379.

III. Beispiel:

Man dividire 45679 mit 4.

Auflösung:

1) Man schreibe den Divisor 4 unter den Dividend 45679, und verfahre auf die angezeigte Weise, um alle Theile des Quotienten zu finden:

Dividend	45679	11419	Quotient
Divisor	4''''		

4
-5
4
4
16
4
16
-7
4
4
39
4
36
3

2) Weil hier am Ende der Rest 3 bleibt, so schreibe man ihn, wie er mit 4 dividirt werden soll, neben den Divisor, das ist, $\frac{3}{4}$, oder drei Viertel, setzt man rechts zum Quotienten hin, es bedeutet, daß man auch noch 3 in 4 gleiche Theile theilen, und einen solchen Theil nehmen soll.

Auf diese Weise findet man, daß 45679 mit 4 dividirt 11419 $\frac{3}{4}$ gibt, oder daß 45679 : 4 = 11419 $\frac{3}{4}$.

Anmerkung: Späterhin wird beim Vortrage der Brüche ausführlich gezeigt werden, was z. B. der Bruch $\frac{3}{4}$ bedeutet; für jetzt ist es genug, wenn man bei der Division solche Brüche im Quotienten anschreiben und lesen kann, und man einigermassen ihren Werth erkennt.

Hat man im vorstehenden letzten Beispiele eine Summe von Gulden mit 4 dividirt, so bedeutet der Bruch $\frac{3}{4}$, man soll die zuletzt gebliebenen 3 Gulden auch in 4 gleiche Theile theilen; 3 Gulden geben 3 mal 60 oder 180 Kreutzer, und der 4te Theil davon beträgt 45 Kreutzer, deßwegen bedeutet der Bruch $\frac{3}{4}$ fl. so viel als 45 kr., und eine Person bekömmt 11419 fl. 45 kr., wenn 45679 fl. zu gleichen Theilen unter 4 Personen vertheilt werden.

2) Will man die Probe machen, so darf man nur den Divisor mit dem Quotienten multipliziren, und den zuletzt gebliebenen Rest dazu zählen, und man muß wieder den Quotienten erhalten. Hat man z. B. 468 mit 2 dividirt, und 234 erhalten, so multiplizirt man 234 mit 2, und man bekömmt wieder 468; ist nämlich 234 die Hälfte von 468, so gibt 2 mal 234 wieder 468, oder wenn 468: 2 = 234, so ist wieder 234 × 2 = 468.

§. 35.

Die Division mittels des Ausstreichens der Ziffern.

Weil man in den ältern Auflagen dieses Rechenbuches die Division durch das Ausstreichen der Ziffern findet, so will ich dieselbe ebenfalls im folgenden Beispiele zeigen, in welchem die Zahl 6725 mit 5 zu dividiren ist, indem man da den fünften Theil von 6725 sucht.

1) Man schreibe, wie vorhin, den Divisor 5 links unter den Dividend 6725, sage, 5 in 6 geht 1 mal, man schreibe 1 rechts nach dem Striche an den Quotienten hin, multiplizire 5 mit 1, ziehe das Produkt 5 von 6 ab, streiche 6 aus, und schreibe den Rest 1 über 6:

1	
~~6~~725	1
~~5~~	

6

2) Man streiche 5 aus, schreibe dieses Ziffer unter 7, und verfahre, wie vorhin, um das zweite Ziffer des Quotienten zu finden:

```
 ✗2
 ✓✗25 | 13
 ✓✗5  |
```

3) Nun streiche man wieder 5 aus, schreibe dieses Ziffer unter 2, und wiederhole das angezeigte Verfahren so lange, bis man den ganzen Quotienten gefunden hat:

```
 ✗✗✗  |
 ✓✗✗✗ | 1345
 ✓✓✓✓ |
```

Es gibt also 6725 mit 5 getheilt 1345 zum Quotienten, oder 6725 : 5 = 1345.

Zur Probe multiplizire man den Quotienten 1345 mit dem Divisor 5, man muß wieder den Dividend 6725 erhalten, indem $1345 \times 5 = 6725$, oder

$$\begin{array}{r} 1345 \\ \times\ 5 \\ \hline 6725, \end{array}$$

Das ist, 5 mal 1345 gibt wieder 6725, weßhalb 1345 der 5te Theil von 6725 ist.

Anmerkung: Das Dividiren mittels des Ausstreichens ist, besonders bei größeren Zahlen, nicht so bequem und sicher, wie das vorhin gezeigte Theilen, bei welchem die Ziffern des Dividends und der Divisor immerhin herabgesetzt werden; aus diesem Grunde werde ich in der Folge immerhin auf die erstere Weise dividiren, wie man dieses durchgehends in den neueren besseren Rechenbüchern findet.

§. 36.

II. Regel der Division, wenn auch der Divisor mehrere Ziffern hat.

1) Man schreibe den Divisor links unter den Dividend, und nehme auf dieser Seite so viele Ziffern des Dividends, als man braucht, daß der ganze Divisor darin wenigstens einmal enthalten ist;

2) Mit dem ersten Ziffer des Divisors dividire man das erste links stehende Ziffer des Dividends, oder, wenn dieses zu klein ist, die beiden ersten Ziffern des Dividends, und schreibe den Quotienten rechts nach dem Vertikalstriche;

3) Mit diesem ersten Ziffer des Quotienten multiplizire man den ganzen Divisor, ziehe das Produkt von den zur Division genommenen Ziffern des Dividends ab, und setze zum Reste das nächste Ziffer des Dividends, das man mit einem Strichlein bezeichnet;

4) Man dividire nun mit dem Divisor auf die nämliche Weise, und setze das Verfahren fort, bis man alle Ziffern des Dividends herabgesetzt, und also den ganzen Dividend, dividirt hat;

5) Sollte man einmal einen Rest, dem man das nächste Ziffer des Dividends beigesetzt hat, nicht dividiren können, indem nämlich der Divisor größer ist, als die zur Division vorhandenen Ziffern, so schreibe man Null (0) als Quotienten, und setze das folgende Ziffer des Dividends herab;

6) Bleibt zuletzt ein Rest, und es ist im Dividend keine Ziffer mehr übrig, so ist dann die Division beendet, und man setzt den Rest bruchartig.

wie er noch durch den Divisor dividirt werden soll, dem Quotienten bei. Die zur Division herunter gesetzten Ziffer des Dividends bezeichne man jederzeit unten mit einem Striche oder mit einem anderen Zeichen.

7) Zur Probe multiplizire man den Divisor mit dem Quotienten, oder diesen mit jenem, und zähle den zuletzt gebliebenen Rest dazu, es muß der Dividend als Produkt zum Vorscheine kommen.

Anmerkung: 1.) Bei der Division muß der Rest allemal kleiner sein, als der Divisor, weil sonst der Quotient zu klein wäre. Ist aber einmal ein Produkt zu groß als daß man es vom Dividend abziehen kann, so ist der Quotient zu groß, und muß kleiner genommen werden.

2) Um aber schon vor der Abziehung gleich bei der Theilung selbst zu erkennen, daß der Quotient nicht zu groß genommen ist, verfahre man ohne die Zahlen anzuschreiben, gleich im Kopfe auf diese Weise:

a) Man multiplizire mit dem ersten Ziffer des Divisors den ersten Theilquotienten, und ziehe das Produkt von den zur Division genommenen Ziffern des Dividends ab;

b) Den Rest nehme man zehnfach, zähle ihn zum folgenden Ziffer des Dividends, und dividire nun diese Summe mit dem zweiten Ziffer des Divisors, man muß wieder den vorigen Theilquotienten erhalten;

c) Den jetzigen Rest, den man nach der vorgenommenen Subtraktion erhält, nehme man wieder zehenfach, und verfahre auf die vorige Weise;

d) Erhält man einmal einen Rest, der größer ist als 9, dann darf man die Untersuchung nicht mehr fortsetzen, weil dann der angenommene erste Theilquotient nicht mehr zu groß seyn kann.

§. 37.

Beispiele zur Anwendung der im vorigen §. vorkommenden Regeln.

I. Beispiel:

Man soll 17928 mit 36 dividiren.

Auflösung:

1) Man schreibe links unter den Dividend 17928 den Divisor 36, nehme zur Division die ersten drei Ziffern 179, weil 36 in 17 nicht enthalten ist, und ziehe rechts einen Vertikalstrich:

Dividend	17928	|
Divisor	36	|

2) Man sage, 3 in 17 geht 5, und 3 mal 5 ist 15, diese 15 von 17 abgezogen geben 2 als Rest, dazu 9 gesetzt, gibt 29, und 6 in 29 geht nicht 5 mal, deßwegen ist der Theilquotient 5 zu groß, und man nimmt dagegen 4, und schreibt 4 rechts nach dem Vertikalstriche als den ersten Theil des Quotienten; dann multiplizire man 36 mit 4, und ziehe das Produkt 144 von 179 ab:

Dividend	17928	4
Divisor	36	
Produkt	144	
Rest	35	

3) Zum Reste 35 setze man das nächste Ziffer 2, schreibe den Divisor 36 darunter, und dividire 352 mit 36, indem man sagt, 3 in 35 geht 9 mal, 3 mal 9 ist 27, dieses von 35 abgezogen gibt 8, und 6 in 82 ist auch 9 mal enthalten,

daher schreibe man rechts 9 als Quotienten, multiplizire damit den Divisor 36, und subtrahire das Produkt 324 von 352;

```
17928 | 49
  36'
 144
 ---
 352
```

Divisor 36
Produkt 324

Rest 28

4) Endlich setze man zum Reste 28 das letzte Ziffer 8 vom Dividend herab, schreibe darunter den Divisor 36, und sage, 3 in 28 geht 9 mal, 3 mal 9 gibt 27, dieses von 28 abgezogen gibt 1 als Rest, setzt man 8 dazu, so gibt es 18, und 6 in 18 geht nicht 9 mal; deßwegen sage man 3 in 28 geht 8 mal, 3 mal 8 ist 24, dieses von 28 abgezogen gibt 4, und 6 in 48 geht genau 8 mal, deßwegen ist 8 der wahre Quotient.

Mit 8 multiplizire man den Divisor 36, und subtrahire das Produkt, es bleibt nichts mehr übrig, und die Division ist jetzt beendet.

```
17928 | 498
  36''
 144
 ---
 352
  36
 324
 ---
```

Rest 288
Divisor 36
Produkt 288

Es gibt also 17928 mit 36 getheilt 498 zum Quotienten, oder 17928 : 36 = 498.

Zur Probe multiplizire man den Divisor 36 mit dem Quotienten 498, oder 498 mit 36, und man muß wieder als Produkt den Dividend 17928 erhalten:

Quotient	498	jetzt Multiplikand
Divisor	×36	jetzt Multiplikator
	2988	
	1494	
Dividend	17928	jetzt Produkt.

II. Beispiel:

Man dividire 221924 mit 436.

Auflösung:

1) Man schreibe den Divisor links unter den Dividend, und ziehe rechts den Vertikalstrich:

Dividend 221924	
Divisor 436	

2) Man verfahre, wie vorhin, um das erste Ziffer des Quotienten zu erhalten:

221924	5
436	
2180	
Rest 39	

3) Wenn man zum Reste 39 vom Dividend das nächste Ziffer 2 setzt, so erhält man die Zahl 392, welche kleiner ist, als der Divisor 436,

deßwegen schreibt man eine Null (0) in Quotienten, und setzt das nächste Ziffer 4 herab, um das letzte Ziffer des Quotienten zu erhalten:

Dividend	221924	509 Quotient
Divisor	436	
	2180	
	3924	
	436	
	3924	

Es gibt also 221924 mit 436 dividirt 509 als Quotienten, oder 221924 : 436 = 509.

Zur Probe multiplizire man den Divisor 436 mit dem Quotienten 509, und man muß wieder den Dividend 221924 als Produkt erhalten:

436
×509
3924
2180
221924

Es ist wieder 436 × 509 = 221924.

III. Beispiel:

Man dividire 489316 mit 6734.

Auflösung:

1) Man schreibe links den Divisor 6734 unter den Dividend 489316, und ziehe rechts den Vertikalstrich:

Dividend	489316	
Divisor	6734	

2) Man verfahre auf die angezeigte Weise, um die Theile des Quotienten zu finden:

Dividend	489316	72 Quotient
Divisor	6734	
	47138	
	17936	
	6734	
	13468	
Rest	4468	

3) Um den ganzen Quotienten zu erhalten, setze man den Rest 4468, wie er durch den Divisor 6734 dividirt werden soll, dem in ganzen Zahlen gefundenen Quotienten 72 bei, man erhält $72\frac{4}{6}\frac{4}{7}\frac{6}{3}\frac{8}{4}$ als den ganzen Quotienten; weßhalb $489316 : 6734 = 72\frac{4}{6}\frac{4}{7}\frac{6}{3}\frac{8}{4}$.

Zur Probe multiplizire man den Divisor 6734 mit 72, und zähle den Rest 4468 zum Produkte, und man muß den Dividend 489316 wieder erhalten, das ist,

$$\begin{array}{r} 6734 \\ \times 72 \\ \hline 13468 \\ 47138 \\ \hline 484848 \\ +4468 \\ \hline 489316 \end{array}$$

Es ist demnach wieder $6734 \times 72 + 4468 = 489316$.

§. 38.

III. Regel der Division, wenn nur der Dividend am Ende Nullen hat.

1) Man dividire ganz auf die angezeigte Weise, ohne daß man die Nullen wegschneidet;

2) Erhält man einmal nach vorgenommener Subtraktion keinen Rest, so ist die Division beendet, und man setze dann dem Quotienten so viele Nullen bei, als viele noch im Dividend übrig sind.

Beispiel:

Man soll 8304000 mit 346 dividiren,

Auflösung:

1) Man dividire, wie gewöhnlich, ohne Weglassung der Nullen:

Dividend	8304000	24
Divisor	346	
	692	
	1384	
	346	
	1384	
	—	

2) Weil kein Rest mehr da ist, dem man die Nullen beisetzen könnte, so setze man die übriggebliebenen drei Nullen der gefundenen Zahl 24 bei, man erhält 24000 als den verlangten Quotienten das ist, 8304000: 346=24000;

3) Zur Probe multiplizire man den Quotienten 24000 mit dem Divisor 346, oder was eines ist, man multiplizire 346 mit 24, und setze dem Produkte die drei Nullen bei, um den vorigen Dividend wieder zu erhalten:

$$\begin{array}{r} 346 \\ \times 24 \\ \hline 1384 \\ 692 \\ \hline 8304 \end{array}$$

Es ist demnach $24000 \times 346 = 8304000$, woraus man die Richtigkeit der vorgenommenen Rechnung erkennt.

§. 39.

IV. Regel der Division, wenn nur der Divisor am Ende Nullen hat.

1) Man schneide im Divisor die Nullen weg, und auch im Dividend von der rechten zur linken Seite so viele Ziffern, als der Divisor Nullen hat;

2) Die noch übrigen Ziffern dividire man auf die angezeigte Weise;

3) Dem Quotienten füge man den letzten Rest, wenn sich einer ergibt, bei, nachdem man ihm vorhin die im Dividend weggeschnittenen Ziffern beigesetzt hat; ist kein Rest zuletzt geblieben, so setze man bloß diese weggeschnittenen Ziffern bei, und setze darunter bruchartig den ganzen Divisor, nachdem man vorhin den Querstrich gezogen hat,

zum Zeichen, daß der Rest mit dem ganzen Divisor noch dividirt werden soll.

Beispiel:

Man soll 584937 mit 6400 dividiren.

Auflösung:

1) Man schneide im Dividend die letzten zwei Ziffern 37 und im Divisor die zwei Nullen weg, und dividire, wie gewöhnlich, 5849 mit 64:

Dividend	5849(37	91
Divisor	64(00	
	576	
	89	
	64	
	64	
	25	

2) Zum letzten Reste 25 setze man rechts die weggeschnittenen Ziffern 37, und schreibe unter 2537 den ganzen Divisor 6400, man erhält $\frac{2}{6}\frac{5}{4}\frac{3}{0}\frac{7}{0}$, deßhalb ist $91\frac{2}{6}\frac{5}{4}\frac{3}{0}\frac{7}{0}$ der ganze Quotient, das ist, $584937 : 6400 = 91\ \frac{2}{6}\frac{5}{4}\frac{3}{0}\frac{7}{0}$.

Anmerkung: Ist der Divisor nur 1 mit beigefügten Nullen, so schneide man im Dividend zur rechten Seite so viele Ziffern ab, als der Divisor Nullen hat, es geben dann die links stehenden Ziffern eine ganze Zahl, und die rechtsstehenden schreibe man bruchartig mittels Beisetzung des ganzen Divisors.

Deßwegen gibt z. B. die Zahl 345783 dividirt durch 100 die Zahl $3457\frac{83}{100}$ zum Quotienten, oder $345783 : 100 = 3457\frac{83}{100}$.

§. 40.

V. Regel der Division, wenn der Dividend und der Divisor am Ende Nullen hat.

1) Man schneide vor der Division im Dividend und im Divisor gleich viel Nullen weg;

2) Man verrichte nun die Division auf die angezeigte Weise, und setze dem Reste, wenn einer bleibt, die weggeschnittenen Nullen nie mehr bei.

Beispiel:

Man dividire 45670000 mit 94000.

Auflösung:

1) Man schneide im Dividend 45670000 und im Divisor 94000 drei Nullen weg, und dividire dann die Zahl 45670 mit 94:

45670(000 | :
94(000

oder

45670 | 485
94''
376
807
94
752
550
94
470
80

2) Den Rest 80, wie er mit dem Divisor 94 getheilt werden soll, setze man der gefundenen Zahl 485 bei, man erhält $485\frac{80}{94}$ als den ganzen Quotienten, das ist, 45670000: 94000, oder 45670: 94 ist $= 485\frac{80}{94}$.

3) Zur Probe multiplizire man 485 mit 94, und addire zum Produkte den Rest 80:

$$\begin{array}{r} 485 \\ \times 94 \\ \hline 1940 \\ 4365 \\ \hline 45590 \\ +80 \\ \hline 45670 \end{array}$$

Setzt man zu diesem Produkte die drei weggeschnittenen Nullen, so hat man wieder den anfangs gegebenen Dividend 45670000.

Anmerkung: Der Grund dieses Verfahrens liegt darinn, daß man vor der Division im Dividend und im Divisor gleich viel Nullen wegschneiden oder hinsetzen kann, und man immer den nämlichen Quotienten erhält, indem z. B. 1000 in 4000 so oft enthalten ist, wie 1 in 4, und umgekehrt 1 in 4 so oft geht, als 1000 in 4000.

§. 41.

Die Probe der Division durch die Division.

Wie man die Probe bei der Division durch die Multiplikation machen kann, ist bereits gezeigt

worden; man multiplizirt nämlich den Divisor mit dem Quotienten, und addirt den Rest zum Produkte, und man muß wieder den Dividend erhalten.

Durch die Division wird die Probe auf diese Weise gemacht:

1) Wenn am Ende bei der Division kein Rest geblieben ist, so dividire man den Dividend mit dem Quotienten, und man muß den vorigen Divisor als Quotienten erhalten;

2) Ist bei der Division am Ende ein Rest geblieben, so subtrahire man diesen vom Dividend, und dividire dann den verkleinerten Dividend mit dem Quotienten, es muß wieder der anfangs gegebene Divisor zum Vorscheine kommen.

I. Beispiel:

Beim ersten Beispiele des §. 37 hat man 17928 mit 36 dividirt, und 498 als Quotienten erhalten; man dividire zur Probe den nämlichen Dividend 17928 mit dem Quotienten 498:

17928	36
: 498'	
1494	
2988	
: 498	
2988	

Man erhält den vorigen Divisor 36 als Quotienten, und daraus erkennt man die Richtigkeit der Rechnung.

II. Beispiel:

Beim Beispiele des §. 39 hat man 584937 mit 6400 dividirt, und beim gefundenen Quotienten 91 am Ende den Rest 2537 erhalten.

Man subtrahire diesen Rest vom Dividend 584937, und dividire die gefundene Zahl 582400 mit 91, man wird den Divisor 6400 bekommen:

584937
—2537

582400 | 6400
: 91
546

364
: 91
364

—

Auf diese Weise findet man wirklich zum Zeichen der Richtigkeit der vorgenommenen Berechnung den vorigen Divisor 6400 wieder als Quotienten.

§. 42.

Die Probe der Multiplikation durch die Division.

Wenn man das bei der Multiplikation erschienene Produkt mit dem Multiplikand dividirt, so erhält man den Multiplikator als Quotienten, und wenn man mit dem Multiplikator das Produkt dividirt, so erhält man wieder den Multiplikand.

Daher gilt überhaupt die Regel, wenn man das Produkt mit einem Faktor dividirt, so erhält man den anderen Faktor als Quotienten.

Im ersten Beispiele des §. 27. hat man die Zahl 3428 mit 406 multiplizirt, und 1391768 zum Produkte erhalten.

Wenn man nun das Produkt 1391768 mit dem Multiplikator 406 dividirt, so erhält man den Multiplikand 3428 zum Quotienten, und wenn man das Produkt 1391768 mit dem Multiplikand 3428 dividirt, so erhält man den Multiplikator 406 zum Quotienten.

§. 43.

Uebungsbeispiele der Division.

I. Beispiele mit der Auflösung:

1) 2506 : 2 = 1253;
2) 93648 : 4 = 23412;
3) 156026 : 34 = 4589;
4) 23052000 : 34 = 678000;
5) 859344 : 24 = 35806;
6) 222440 : 536 = 415;
7) 527513 : 421 = 1253;
8) 148456 : 482 = 308;
9) 1492668 : 4607 = 324;
10) 2067696 : 5976 = 346;
11) 2880000 : 48000 = 60;
12) 702518074 02 : 79863 = 879654.

II. Beispiele ohne die Auflösung:

1) 4738 : 2; 2) 54096 : 24;
3) 92520 : 24; 4) 8023 : 198;
5) 36824 : 205; 6) 147475 : 362;
7) 10517052 : 273; 8) 675469 : 5400;
9) 126056 : 9004; 10) 356789 : 45892;
11) 8943214 : 734516; 12) 45600000 : 490000.

II. Hauptstück.

Von den vier Rechnungsarten mit ungleich benannten Zahlen.

I. Abschnitt.

Vom Reduziren niederer Einheiten auf höhere, und höherer Einheiten auf niedere.

§. 44.

Erklärungen.

1) Eine Zahl heißt eine benannte oder unbenannte Zahl, je nachdem eine gewisse Anzahl von Dingen ausdrücklich angegeben oder nicht angegeben wird. Auf diese Weise sind z. B. 6 Gulden, 4 Kreutzer ꝛc. benannte Zahlen, dagegen aber 24, dann 38 ꝛc. unbenannte Zahlen.

2) Wenn Dinge von gleicher Art unter gleichen Benennungen ausgedrückt werden, so heißt man sie gleichbenannte Zahlen, werden sie aber unter verschiedenen Benennungen ausgedrückt, so heißt man sie ungleichbenannte Zahlen;

daher sind z. B. 6 Gulden und 4 Gulden ꝛc. gleichbenannte Zahlen, hingegen sind 6 Gulden 6 Kreutzer 4 Häller ꝛc. ungleichbenannte Zahlen.

3) Zahlen niederer Art sind solche, derer mehrere zusammen eine andere Zahl ausmachen, die dann eine höhere Zahl, oder eine Zahl höherer Art genannt wird. So sind die Kreutzer in Absicht auf den Gulden Zahlen niederer Art, weil 60 davon einen Gulden geben, und der Gulden ist in Rücksicht auf die Kreutzer eine Zahl, oder eine Einheit höherer Art.

4) Eine Zahl, welche anzeigt, wie viel Zahlen niederer Art zu nehmen sind, um eine höhere Zahl zu erhalten, heißt man Reduktionszahl; so ist z. B. 60 bei Kreutzern und Gulden eine Reduktionszahl, weil 60 Kreutzer einen Gulden geben.

5) Werden durch Berechnung Zahlen niederer Art auf Zahlen höherer Art, oder umgekehrt niedere auf höhere gebracht, so nennt man es das Reduziren; ich reduzire demnach z. B., wenn ich berechne, wie viel Kreutzer eine gewisse Anzahl von Gulden gibt.

§. 45.

Verzeichniß der in Baiern üblichen Maaße, Gewichte und Münzen sammt ihren Eintheilungen.

1.)

Das Längenmaaß.

a) Duodezimalmaaß.

1 Ruthe hält . . 12 Schuh,
1 Schuh, das ist der Werkschuh
hält . . 12 Zoll,
1 Zoll hält . . 12 Linien.

b) Dezimalmaaß.

1 Ruthe hält . . 10 Schuh,
1 Schuh — . . 10 Zoll,
1 Zoll — . . 10 Linien,
1 Linie — . . 10 Skrupel.

Die Klafter oder Toise als Längenmaaß hält 6 Fuß oder Schuh; die baierische Elle, welche beinahe 3 baierische Fuß hält, wird abgetheilt in halbe, Viertels, und Achtels Ellen; die baierische Chaussseemeile hält 25406 Schuh, und ihre Hälfte die Stunde hat 12703 baier. Fuß.

2.)

Das Flächenmaaß.

a) Duodezimalmaaß.

1 Quadratschuh hält . . 144 Quadratzoll,
1 Quadratzoll — . . 144 Quadratlinien,
1 Quadratlinie — . . 144 Quadratscurpel.

b) Dezimalmaaß.

1 Quadratschuh hält . . 100 Quadratzoll,
1 Quadratzoll — . . 100 Quadratlinien,
1 Quadratlinie — . . 100 Quadratscurpel.

Die baierische Quadratruthe hält im Dezimalmaaße 100, und im Duodezimalmaaße 144 baierische Quadratfuß; das baierische Tagwerk, Morgen oder Juchert (Jauchart), hält 40000 baierische Quadratschuch, und im Dezimalmaaße auch 400 baierische Quadratruthen; die Quadratmeile, als das größte Flächenmaaß, hat in Baiern 645'464 836 baier. Quadratfuß. Die

Quadratmeile ist ein regelmäßiges Viereck, das eine Meile in der Länge, und eine in der Breite hat.

3.)

Das Körpermaaß.

a) Duodezimalmaaß.

1 Kubikfuß	hält . .	1728	Kubikzoll,
1 Kubikzoll	— . .	1728	Kubiklinien,
1 Kubiklinie	— . .	1728	Kubikscurpel.

b) Dezimalmaaß.

1 Kubikfuß	hält . .	1000	Kubikzoll,
1 Kubikzoll	— . .	1000	Kubiklinien,
1 Kubiklinie	— . .	1000	Kubikscurpel.

Unter Kubikmeile muß man sich einen Würfel vorstellen, der eine Meile in der Länge, eine in der Breite, und eine in der Höhe hat. Das baierische Klafter als Holzmaaß ist sechs Fuß breit, sechs Fuß hoch, und drei einen halben Fuß tief, so lange sollen nämlich die Scheiter sein; desselben Kubikinhalt berechnet sich auf 126 Kubikfuß.

4.)

Getränkmaaß.

1 Eimer	hält . .	60	Maaß,
1 Maaß	— . .	2	Seidel,
1 Seidel	— . .	2	Quartel oder Schoppen,
1 Quartel	— . .	2	Achtel (halb. Schoppen).

Der Visireimer hält 64 Maaß. An einigen Orten wird das Fuder in 6 Ohm, das

Ohm in zwei Eimer, ein Eimer in 60 Maaß, und diese in 2 halbe (Seidel) oder in 4 Quartel abgetheilt.

5.)

Getraidmaaß.

1 Schäffel	hält . .	6	Metzen,
1 Metzen	— . .	2	Viertel (halb. Metzen),
1 Viertel	— . .	8	Mäßlein,
1 Mäßlein	— . .	2	Dreißger.

Das Mehl wird mit dem Getraidmaaße gemessen. Den Kalk mißt man mit dem baierischen Metzen; da machen auch 6 Metzen ein Schäffel, und 24 Metzen ein Muth. Bei Messung des Kalkes ist die Methode des Haufens üblich.

6.)

Papiermaaß.

1 Balle	hält	10	Riß,
1 Riß	—	20	Buch,
1 Buch	—	24	Bogen.

Beim Schreibpapier rechnet man auf das Buch 24, und beim Druckpapier 25 Bogen. Ein Alphabet in der Buchdruckerei hält 23 Bogen.

7.)

Das Handels oder Krämer:Gewicht.

1 Zentner	hält . . .	100	Pfund,
1 Pfund	— . . .	32	Loth,
1 Loth	— . . .	4	Quintl,
1 Quintl	— . . .	4	Pfenninggewicht.

8.)

Das Apotheker-Gewicht.

1	Pfund	hält	12	Unzen,
1	Unze	—	2	Loth,
1	Loth	—	4	Drachma,
1	Drachma	—	3	Skrupel,
1	Skrupel	—	20	Gran.

9.)

Das Silbergewicht.

1	Märk	hält	16	Loth,
1	Loth	—	4	Quintl,
1	Quintl	—	4	Pfenning.

10.)

Das Goldgewicht.

1	Pfund	hält	2	Mark,
1	Mark	—	24	Karath,
1	Karath	—	4	Gran,
1	Gran	—	3	Grän.

11.)

Eintheilung des Zirkels.

1	Kreis oder Zirkel	hält	360	Grad,
1	Grad	hält	60	Minuten,
1	Minute	—	60	Sekunden.

12.)

Zeitmaaß.

1	Jahr	hält, gewöhnlich	365	Tag,
1	Jahr	— auch	12	Monat,
1	Monat	—	30	Tag,
1	Tag	—	24	Stund,
1	Stunde	—	60	Minuten,

1 Minute hält . . . . . 60 Sekunden,
1 Sekunde — . . . . . 60 Terzen.

Ein Schaltjahr hält 366 Tag. Das Jahr wird auch abgetheit in 52 Wochen, und die Woche in 7 Tag. Vier Quartal geben auch ein Jahr, und ein Quartal oder Quatember beträgt 13 Wochen.

13)

Eintheilung des Guldens.

1 Gulden hat . . . . 60 Kreutzer,
1 Kreutzer — . . . . 4 Pfenning,
1 Pfenning — . . . . 2 Häller.

Der Kreutzer hat auch 8 Häller, und der Gulden wird auch abgetheilt in 4 Fünfzehner, in 5 Zwölfer, in 10 Sechser, in 15 Batzen, in 20 Groschen, in 240 Pfenning, und in 480 Häller.

14)

Baierische Münzen.

a) Silbermünzen.

			fl.	kr.
1	Kronenthaler	gilt . .	2.	42
1	halber Kronenthaler	— . .	1.	21
1	viertels Kronenthaler	— . .	—	40½
1	baier. oder Konventionsthaler	. .	2.	24
1	halber baier. Thaler	— . .	1.	12
1	baier halber Gulden	— . .	—	30
1	baier. Fünfzehner	— . .	—	15
1	Vierundzwanziger	— . .	—	24
1	Zwölfer	— . .	—	12
1	Sechser	— . .	—	6
1	Groschen	— . .	—	3
1	Kreutzer	— . .	—	1

b) Kupfermünzen.

1 Kreutzerstück	gilt	8	Häller,
1 halber Kreutzer	—	4	—
1 Pfenning	—	2	—
1 Hällerstück	—	1	—

c) Goldmünzen.

		fl.	kr.
1 baier. Dukate	hält	5.	20
1 baier. Karolin	—	11.	—
1 halbe Karolin	—	5.	30
1 baier. Max'd'or	—	7.	20
1 halbe Max'd'or	—	3.	40
1 Souveraind'or	—	16.	—
1 halbe Souveraind'or	—	8.	—

15.)

Die Würfe oder Schüsse bei Zahlungen.

Ein Wurf Kreutzer hält 5 Stück; 12 solche Würfe geben 1 Gulden.

Ein Wurf Groschen hält 5 Stück, also 15 Kreutzer; 4 Würfe geben 1 Gulden.

Ein Wurf Sechser hält 5 Stück, also 30 Kreutzer; 2 Würfe machen 1 Gulden.

Ein Wurf Zwölfer hält 5 Stück, mithin 1 Gulden.

Ein Wurf Vierundzwanziger hält 5 Stück, und macht 2 Gulden.

Ein Wurf baier. Thaler hält 5 Stück, und macht 12 Gulden.

	fl.	kr.
Vier Kronenthaler betragen	10.	48
Fünf — —	13.	30

				fl.	
10	Kronenthaler betragen	.	.	27	—
20	— —	.	.	54	—
40	— —	.	.	108	—

Anmerkung: 1.) Vorstehende Maaß, Gewichts- und Münz-Notizen muß man schon genau wissen, wenn man das Rechnen mit ungleichbenannten Dingen lernen will, weil man da immer Maaße, Gewichte und Münzen auf einander reduziren muß. Deßwegen stehen auch ihre Eintheilungen schon jetzt da, und nicht erst am Ende des Buches, wie es in den früheren Auflagen der Fall ist.

2) Das Guldenzeichen ist: fl., das Kreutzerzeichen ist: kr., das Pfenningzeichen ist: pf., das Hellerzeichen: ist hl., das Zentnerzeichen ist: Ct., das Pfundzeichen ist: ℔. 2c.

§. 46.

Vom Reduziren vorkommender Zahlen höherer Art auf niedere.

Will man höhere Einheiten auf niedere reduziren, so multiplizire man immerhin mit der Reduktionszahl, welche angibt, wie viel niedere Einheiten zedesmal zur höheren erfordert werden.

I. Beispiel:

Wie viel Kreutzer geben 524 Gulden?

Auflösung:

Weil ein Gulden 60 Kreutzer hat, so multiplizire man 524 fl. mit 60, man hat nämlich so oft 60 kr.; als oft man einen Gulden hat:

524
×60
31440

524 Gulden geben also 31440 Kreutzer, oder 524 fl. = 31440 kr.

II. Beispiel:

Wie viel Häller geben 48 Gulden?

Auflösung:

1) Weil ein Gulden 60 Kreutzer hat, so multiplizire man 48 mit 60, um die Gulden zuerst auf Kreutzer zu bringen.

$$\begin{array}{r} 48 \\ \times 60 \\ \hline 2880; \end{array}$$

2) Die 2880 kr. multiplizire man mit 8, um sie zu Hällern zu machen:

$$\begin{array}{r} 2880 \\ \times 8 \\ \hline 23040 \end{array}$$

48 Gulden geben also 23040 Häller, oder 48 fl. = 23040 Häller.

III. Beispiel:

Wie viel Sekunden geben 24 Jahr?

Auflösung:

1) Ein gewöhnliches Jahr hat 365 Tag, man multiplizire also 24 mit 365, oder 365 mit 24, um die Jahre zu Monaten zu machen:

$$\begin{array}{r} 365 \\ \times 24 \\ \hline 1460 \\ 730 \\ \hline 8760; \end{array}$$

2) Die 8760 Tag reduzire man auf Stunden, indem 1 Tag 24 Stunden hat, und man also mit 24 multiplizirt:

$$\begin{array}{r} 8760 \\ \times 24 \\ \hline 35040 \\ 17520 \\ \hline 210240; \end{array}$$

3) Die 210240 Stunden multiplizire man mit 60, da eine Stunde 60 Minuten hat, um so die Tage auf Minuten zu bringen;

$$\begin{array}{r} 210240 \\ \times 60 \\ \hline 12614400; \end{array}$$

Endlich mache man 12614400 Minuten zu Sekunden, indem man wieder mit 60 multiplizirt:

$$\begin{array}{r} 12614400 \\ \times 60 \\ \hline 756864000 \end{array}$$

24 Jahre geben also 756'864.000 Sekunden, oder 24 Jahr = 756'864.000 Sekunden.

§. 47.

Das Reduziren vorkommender Zahlen niederer Art auf höhere.

Will man niedere Einheiten auf höhere reduziren, so dividire man immerhin mit der Reduktionszahl, welche angibt, wie viel niedere Ein-

heiten allemal zur nächst höheren Einheit, oder zu mehréren höheren Einheiten erfordert werden.

I. Beispiel:

Wie viel Gulden geben 31440 Kreutzer?

Auflösung:

Weil 60 Kreutzer einen Gulden geben, so dividire die 31440 kr. mit 60:

1 2	
3 1 4 4 (0	524
: 6 6 6 (0	

31440 Kreutzer geben also 524 Gulden, oder 31440 kr. = 524 fl.

II. Beispiel:

Wie viel Gulden geben 23040 Häller?

Auflösung:

1) Man dividire zuerst mit der Reduktionszahl 8, um die Häller zu Kreutzern zu machen:

7 6	
2 3 0 4 0	2880
: 8 8 8 8	

2) Die gefundene Zahl 2880 dividire man mit 60, um die Kreutzer zu Gulden zu machen:

4	
2 8 8 (0	48
: 6 6 (0	

23040 Häller geben also 48 Gulden, oder 23040 Häller = 48 fl.

III. Beispiel:

Wie viel Jahre geben 756'864.000 Sekunden?

Auflösung:

1) Man dividire mit 60, um diese Sekunden zu Minuten zu machen:

```
                  | 12614400
:60(0             |
:60(0             |
:60(0             |
```

2) Man dividire 12614400 mit 60, um die Minuten auf Stunden zu reduziren:

```
                  | 210240.
:60(0             |
:60(0             |
:60(0             |
```

3) Man dividire 210240 mit 24, um die Stunden auf Tage zu reduziren:

```
210240  | 8760
:24'''  |
192     |
------  |
 182
 :24
 168
------
 144
 :24
 144
------
  —0
```

4) Man dividire endlich 8760 mit 365, um die 8760 Tage auf Jahre zu reduziren:

8760 | 24
: 365 |
730
1460
: 365
1460
—

Es geben also 756'864.000 Sekunden wieder 24 Jahr, oder 756'864.000 Sekunden = 24 Jahr.

Anmerkung: 1) Aus dem Inhalte der beiden vorstehenden §. §. sieht man wohl, daß sich diese beiden Reduktionen wechselweise zur Probe dienen; wie dieses auch aus den jedesmal angeführten nämlichen drei Beispielen erhellet.

2) Weil bei der Division mit 60 eigentlich nur mit 6 zu dividiren ist, so habe ich zum Ersparnisse des Platzes bei den vorstehenden Reduktionen die Division mit 6 mittels des Ausstreichens der Ziffer ausgeführt.

II. Abschnitt.

Die vier Rechnungsarten ungleichbenannter Zahlen.

§. 48.

Das Zusammenzählen solcher Zahlen.

Um solche Zahlen in eine Summe zu bringen, verfahre man nach diesen Regeln:

1) Man schreibe die Zahlen, welche gleiche Namen haben, somit Dinge gleicher Art anzeigen, unter einander, und ziehe unten eine Linie;

2) Rechts bei der niedrigsten Ordnung fange man das Zusammenzählen an, und bringe da alle Zahlen in eine Summe. Ist diese so groß, daß sie eine oder mehrere Einheiten der nächst höheren Ordnung gibt, so dividire man mit der Reduktionszahl, schreibe den Rest, wenn einer bleibt, zu seiner Ordnung unter den Strich, und den Quotienten zähle man zu der nächsten Ordnung, zu welcher seine Einheiten gehören.

3) So verfahre man bei jeder Ordnung, um nach und nach die ganze Summe der ungleichbenannten Zahlen zu erhalten.

I. Beispiel:

Petrus gibt auf viermal folgende Summen aus: Das erste mal 48 fl., 24 kr. 6 hl., das zweite mal 38 fl. 54 kr. 4 hl, das dritte mal 94 fl 48 kr. 2 hl., das vierte mal 16 fl. 36 kr. 4 hl.

Wie groß ist diese ganze Ausgabe?

Auflösung:

1) Man schreibe die gleichen Ordnungen unter einander, also Gulden unter Gulden, Kreutzer unter Kreutzer, und Häller unter Häller:

Summanden oder Posten.	Gulden	Kreutzer	Häller
	48	24	6
	38	54	4
	94	48	2
	16	36	4

2) Man fange rechts an, und sage, 4 und 2 ist 6, und 4 ist 10 und 6 ist 16; diese 16 Häller, weil 8 in 16 zweimal geht, geben 2 Kreutzer; an die Stelle der Häller kömmt nichts als Rest, und die erhaltenen 2 Kreutzer zähle man zu den Kreutzern;

3) Bei den Kreutzern sage man jetzt, 2 und 6 ist 8, und 8 ist 16, und 4 ist 20, und 4 ist 24, schreibe 4, behalte 2, ferner 2 und 3 ist 5, und 4 ist 9, und 5 ist 14, und 2 ist 16, schreibe 16, man erhält 164 Kreutzer, diese mit 60 dividirt, geben 2 fl. und als Rest 44 Kreutzer, wie hier

164	2 fl., 44 kr.
:60	
120	

Rest, 44 kr.

Diese 44 kr. schreibe man als Rest unter dem Striche an, und zähle die erhaltenen 2 fl. zu den Gulden, indem man sagt, 2 und 6 ist 8, und 4 ist 12, und 8 ist 20 und 8 ist 28, schreibe 8, behalte 2, ferner 2 und 1 ist 3, und 9 ist 12, und 3 ist 15 und 4 ist 19, man schreibe 19 ganz, dadurch erhält man 198 Gulden, die man unter dem Striche an die Stelle der Gulden schreibt:

Summanden oder Posten.	Gulden	Kreutzer	Häller
	48	24	6
	38	54	4
	94	48	2
	16	36	4
Summe	198 fl.	44 kr.	—

Die ganze Ausgabe beträgt demnach 198 Gulden, 44 Kreutzer, oder 198 fl. 44 kr.

II. Beispiel:

Jemand kauft von einer gewissen Waare im baierischen Handelsgewichte 12 Zentner 48 Pfund 26 Loth 3 Quintl, dann 8 Zentner 14 Pfund 20 Loth 2 Quintl, endlich 43 Pfund 14 Loth 1 Quintl.

Wie viel beträgt die gesammte angekaufte Waare?

Auflösung:

1) Man schreibe die Zahlen von gleicher Ordnung und gleicher Benennung unter einander, also Zentner unter Zentner, Pfund unter Pfund, Loth unter Loth, und Quintl unter Quintl, und ziehe unten einen Strich, wie hier:

Summanden oder Posten.	Zentner	Pfund	Loth	Quintl
	12	48	26	3
	8	14	20	2
	—	43	14	1

2) Man fange rechts bei den Quintl an, und sage, 1 und 2 ist 3, und 3 ist 6; 4 Quintl geben ein Loth, und 2 Quintl bleiben über, wie hier:

6	1 Loth, 2 Quintl.
: 4	
4	

Rest 2 Quintl.

3) Das so eben erhaltene Loth zähle man zu den Lothen, schreibe die gebliebenen 2 Quintl unter dem Striche an die Stelle der Quintl, und man bringe 1 Loth, dann 14, ferner 20 und 26 Loth in eine Summe, man erhält 61 Loth, diese dividire man mit 32, weil 32 Loth ein Pfund geben, man erhält 1 Pfund und 29 Loth, wie hier:

61	1 Pfund, 29 Loth.
:32	
32	

Rest, 29 Loth

4) Die übriggebliebenen 29 Loth schreibe man unter dem Striche an die Stelle der Lothe, zähle das erhaltene Pfund zu den Pfunden, und bringe so 1 Pfund, dann 43, ferner 14 und 48 Pfund in eine Summe, man erhält 106 Pfund, diese geben 1 Zentner und 6 Pfund, weil 1 Zentner hundert Pfund hat, wie hier:

106	1 Zentner 6 Pfund.
: 100	
100	

Rest, 6 Pfund

5) Die 6 Pfund schreibe man unter dem Striche an die Stelle der Pfunde, und zähle 1 Zentner zu den 8 und 12 Zentnern, man erhält 21 Zentner, die man an die Stelle der Zentner schreibt, wie hier:

Zentner	Pfund	Loth	Quintl
12	48	26	3
8	14	20	2
—	43	14	1
21 Ct.	6 Pf.	29 Lth.	2 Q.

Man hat also zusammen im baierischen Gewichte 21 Zenter 6 Pfund 29 Loth und 2 Quintl gekauft.

Anmerkung: 1) Was man beim Reduziren als Quotienten erhält, könnte man auch allemal unten oder oben zur nächsthöheren Ordnung hinschreiben, und dann wieder die vorkommenden Einheiten zusammenzählen, wie hier:

1		1		1		
12	Zentner	48	Pfund	26	Loth	3 Quintl
8		14		20		2
—		43		14		1
21	Ztr.	6		29	L.	2 Q.

oder:

12	Zentner	48	Pfund	26	Loth	3 Quintl
8		14		20		2
—		43		14		1
1		1		1		
21	Ztr.	6	Pf.	29	L.	2 Q.

2) Die Probe bei solchen Beispielen geschieht füglich durch die Subtraktion, daher kömmt sie erst später im §. 52 vor; für jetzt kann man das früher Gesagte beobachten, nämlich das Zusammenzählen in verkehrter Ordnung vornehmen, etwa von oben nach unten, wenn man das erstemal von unten nach oben addirt hat, oder von unten nach oben, wenn es das erstemal von oben nach unten geschehen ist.

3) Wenn man Gulden, Kreutzer und Häller addirt, wie es gewöhnlich bei Geldsummen der Fall ist, so merke man sich den Vortheil, daß man bei der Hällersumme gleich im Kopfe mit 8 dividirt, bevor man jene anschreibt; man schreibt dann nur mehr den Rest der Häller an, und zählt die erhaltenen Kreutzer zu den Kreutzern.

Bei der Kreutzersumme schreibt man allemal das äusserste Ziffer rechts unter dem Striche an, und die nächste Summe dividirt man im Kopfe mit 6, und schreibt den Rest links an das vorige Ziffer hin, den Quotienten zählt man aber als eine Guldenzahl zu den Gulden.

Auf diese Weise findet man beim angeführten I. Beispiele auf Seite 112 daß man zusammen 4 + 2 + 4 + 6, also 16 Häller hat; man sagt also gleich im Kopfe, indem man mit 8 dividirt, 8 in 16 geht genau 2 mal, es bleibt nichts übrig, und man bekömmt 2 Kreutzer.

Bei den Kreutzern sage man, 2 und 6 ist 8, und 8 ist 16, und 2 mal 4 ist 24, man schreibe 4, behalte 2, ferner 2 und 3 ist 5, und 4 ist 9, und 5 ist 14, und 2 ist 16, jetzt sage man, 6 in 16 geht 2 mal, 2 mal 6 ist 12, und 12 von 16 bleibt 4; diese 4 schreibe man links an 4 hin, und zähle die erhaltenen 2 Gulden auf die angezeigte Weise zu den Gulden.

§. 49.

Beispiele der Addition ungleichbenannter Zahlen mit der beigefügten Auflösung.

Zur Uebung füge ich hier über verschiedene Maaß- und Gewichts-Eintheilungen, und über Geldsorten mehrere Beispiele bei, die man selbst auflösen soll, und ich gebe ohne weitere Ausführung allemal nur die Summen an.

1.)

Vom Längenmaaße, und zwar nach der Eintheilung im Duodezimalmaaße (§. 45. Nr. 1.)

Summanden oder Posten.	Schuh	Zoll	Linien
	36	10	6
	14	8	4
	2	5	3
	6	—	2
	24	1	2
Summe =	84	1 Zoll	5 Linien.

Man hat nämlich die 17 Linien durch die Division mit 12 auf Zoll gebracht, und die 25 Zoll durch die Division mit 12 auf Schuhe reduzirt, wie hier:

```
 25 | 2 Schuh, 1 Zoll.
:12 |
 24 |
----
Rest 1 Zoll.
```

```
 17 | 1 Zoll, 5 Linien.
:12 |
 12 |
----
Rest 5 Linien.
```

2.)

Vom Flächenmaaße, und zwar im Dezimalmaaße (§. 45. Nr. 2.)

Summanden.	Jauchert	Quadratruthen	Quadratschuh
oder	26	360	48
oder	20	148	56
oder	30	24	50
oder	148	36	98
Summe	225 Jauchert	170 Ruth.	52 Qsch.

Man macht nämlich durch die Division mit 100 die Quadratschuh zu Quadratruthen, und diese durch die Division mit 400 zu Jauchert, weil 100 Quadratfuß eine Quadratruthe, und 400 Quadratruthen eine Jauchert geben, wie hier:

```
 570 | 1 Jauchert.
:400 |
 400 |
-----
Rest 170 Quadratruthen.
```

252 | 2 Quadratruthen.
: 100 |
200 |

Rest 52 Quadratschuh.

3.)

Vom Getränkmaaße (§. 45. Nr. 4.)

	Eimer	Maaß	Quartel
Summanden oder Posten.	36	18	3
	14	24	2
	30	8	—
	50	34	1
	6	9	—
Summe	137	Eimer 34 Maaß	2 Quartl.

Man macht nämlich durch die Division mit 4 die Quartel zu Maaß, und diese durch die Division mit 60 zu Eimern, wie hier:

94 | 1 Eimer 6 | 1 Maaß
: 60 | : 4 |
60 | 4 |
Rest 34 Maaß | Rest 2 Quartl.

4.)

Vom Getraidmaaße (§. 45. Nro. 5.)

	Schäffel	Metzen	Viertel
Summanden oder Posten.	18	5	1
	40	4	—
	39	2	—
	12	—	1
	14	3	1
Summe =	125	3	1 Viertel.

Man macht nämlich die 3 Viertel durch die Division mit 2 zu Metzen, und diese durch die Division mit 6 zu Schäffel, weil 2 Viertel einen Metzen, und 6 Metzen ein Schäffel geben, wie hier:

15	2 Schäffel	3	1 Metzen
: 6		: 2	
12		2	
Rest 3	Metzen.	Rest 1	Viertl.

5.)

Vom Handelsgewichte (§. 45. Nro. 7.)

	Zentner	Pfund	Loth	Quintl.
Summanden oder Posten.	36	40	18	2
	18	24	29	3
	6	—	4	—
	108	59	30	1
	40	19	5	—
	64	18	12	1
Sum.	273 Ztr.	65 Pf.	3 Loth	3 Qtl.

Man macht nämlich durch die Division mit 4 die Quintl zu Loth, diese durch die Division mit 32 zu Pfund, und diese durch die Division mit 100 zu Zentner, wie hier:

163	1 Zentner	99	3 Pfund
: 100		: 32	
100		96	
Rest 63	Pfund.	Rest 3	Loth.

7	1 Loth
: 4	
4	
Rest 3	Quintl.

6.)

Vom Gelde (§. 45. Nro. 13.)

Summanden oder Posten.

Gulden	Kreutzer	Häller.
1044	58	4
328	6	—
799	14	5
46	8	—
198	24	6
36	18	2
Summe = 2453 fl.	10 kr.	1 hl.

Man macht nämlich die 17 Häller durch die Division mit 8 zu Kreutzer, und die Kreutzer durch die Division mit 60 zu Gulden, wie hier:

130	2 fl.	17	2 kr.
: 60		: 8	
120		16	
Rest 10 kr.		Rest 1 hl.	

§. 50.

Beispiele der Addition ungleichbenannter Zahlen ohne die Beigefügte Auflösung:

1.)

Vom Längenmaaße, und zwar im Dezimal-Maaße (§. 45. Nr. 1. 6.

Summanden oder Posten.

Ruthen	Fuß	Zoll	Linien
144	8	7	6
108	9	6	4
94	3	2	—
44	7	3	2
18	8	9	3
14	—	5	1
Summe =			

2)

Vom Flächenmaaße im Dezimal-Maaße (§. 45. Nro. 2.)

Summanden oder Posten. Jcht.	oder Tgw. Quadratruthen	Quadratschuh
46	18	24
40	36	59
8	—	18
98	24	12
13	15	9
34	—	8
24	38	—
Summe		

3.)

Vom Getränkmaaße (§. 45. Nro. 4.)

Summanden oder Posten. Eimer	Maaß	Quartel oder Schoppen
4	36	3
6	18	2
24	38	1
30	14	—
Summe		

4.)

Vom Getraidmaaße (§. 45. Nr. 5.)

Summanden oder Posten. Schäffel	Metzen	Viertel	Dreißger
18	4	1	8
4	5	—	12
36	—	1	14
104	3	—	6
96	2	1	5
248	3	—	2
359	1	1	4
Summe			

Anmerkung: Weil nach §. 45. Nro. 5. ein Viertel 8 Mäßlein, und ein Mäßlein 2 Dreißger hat, so wird man leicht erkennen, daß ein Viertel 16 Dreißger hat, also die Dreißger durch die Division mit 16 zu Viertel gemacht werden.

5.)

Vom Papiermaaße (§. 45. Nr. 6.)

Summanden oder Posten.	Ballen	Riß	Buch Schreibpapier
	18	8	18
	24	9	—
	36	5	16
	104	4	9
	258	1	5
	400	—	2
Summe			

6.)

Vom Silbergewichte (§. 45. Nro. 9.)

Summanden oder Posten.	Mark	Loth	Quintl	Pfenning
	18	12	3	2
	14	10	2	1
	24	14	3	—
	34	—	—	2
	48	8	1	2
Summe				

7.)

Vom Zeitmaaße (§. 45. Nro. 12.)

Summanden oder Posten.	Jahr	Monat	Tag	Stunden	Minuten
	3	8	6	15	45
	6	9	15	20	50
	12	10	24	18	34
	18	6	28	9	40
	24	5	14	8	30
Summe					

8.)

Vom Gelde (§. 45. Nro. 13.)

Summanden oder Posten.	Gulden	Batzen	Kreutzer	Pfenning
	14	12	3	2
	24	10	2	1
	56	8	—	2
	44	6	1	—
Summe	108	13	2	1

§. 51.

Vom Subtrahiren ungleichbenannter Zahlen.

Um ungleichbenannte Zahlen, oder Zahlen von verschiedener Ordnung und Benennung von einander zu subtrahiren, verfahre man auf diese Weise.

1) Man schreibe die gleichen Sorten, das ist, die Zahlen von gleicher Benennung, wie bei der Addition, untereinander, indeß aber so, daß der Minuend oben, und der Subtrahend, oder die abzuziehende Zahl unten zu stehen kömmt, und man ziehe unten einen Querstrich;

2) Rechts fange man das Abziehen bei der kleinsten Sorte an, und gehe dann der Ordnung nach beim Abziehen zu den folgenden höheren Sorten über, bis man alle Theile des Subtrahends abgezogen hat;

3) Kann man einmal die untere Sorte von der oberen nicht wegziehen, so entlehne man eine Einheit von der vorkommenden nächsthöheren Sorte, reduzire diese auf die niedere Sorte, zähle dazu die niedere gleichnamige Sorte, wenn eine solche da ist, und ziehe dann ab;

4) Zur Probe zähle man den gefundenen Rest zum Subtrahend, und es muß der Minuend oder die obere Zahl wieder zum Vorschein kommen.

I. Beispiel:

Petrus ist 48 fl. 24 kr. 6 hl. schuldig, und zahlt daran 36 fl. 18 kr. 4 hl; wie viel bleibt er noch schuldig?

Auflösung:

1) Man sieht hier, daß man das schon Bezahlte von der ganzen Schuld abziehen muß, um zu wissen, was Petrus noch schuldig ist. Deßwegen schreibe man oben die ganze Schuld als Minuend, und darunter das schon Bezahlte als Subtrahend hin, wie hier

	Gulden	Kreutzer	Häller
Minuend	48	24	6
Subtrahend	36	18	4

2) Nachdem man unter dem Subtrahend einen Querstrich gezogen hat, so fange man rechts bei den Hällern an, und sage,

4 von 6 bleibt 2, die 2 Häller schreibe man unter dem Striche an die Stelle der Häller; ferner

18 von 24, oder 8 von 14 bleibt 6, die 6 kr., schreibe man unter dem Striche an die Stelle der Kreutzer; endlich gehe man zu den Gulden, und sage,

6 von 8 bleibt 2, und 3 von 4 bleibt 1, oder 36 von 48 bleibt 12, die 12 Gulden schreibe man unter dem Striche an die Stelle der Gulden, wie hier:

	Gulden	Kreutzer	Häller
Minuend	48	24	6
Subtrahend	36	18	4
Rest	12 fl.	6 kr.	2 hl.

Petrus bleibt also noch 12 fl. 6 kr. 4 hl. schuldig.

3) Zur Probe zähle man den Rest 12 fl 6 kr. 2 hl. zum Subtrahend 36 fl. 18 kr. 4 hl., und es muß wieder die ganze Schuld 48 fl 24 kr. 6 hl. herauskommen, wie hier:

	fl	kr.	hl.
Minuend	48	24	6
Subtrahend	36	18	4
Rest	12 fl.	6 kr.	2 hl.
Probe	48	24	6

Auf diese Weise geben der Rest und der Subtrahend zusammen wieder die ganze Schuld, somit den Minuend.

II. Beispiel:

Petrus hat 224 Gulden, 36 Kreutzer 4 Häller zu zahlen, er zahlt aber daran nur 108 Gulden 43 Kreutzer 6 Häller; wie viel bleibt er noch schuldig?

Auflösung:

1) Weil hier die Aufgabe wieder durch die Abziehung zu lösen ist, so schreibe man oben die ganze Schuld hin, und darunter das schon Bezahlte und ziehe unten einen Querstrich:

	fl.	kr.	hl.
Minuend	224	36	4
Subtrahend	108	48	6

2) Weil man rechts 6 Häller von 4 Hällern nicht abziehen kann, so entlehne man 1 Kreutzer, dieser hat 8 Häller, und 4 Häller geben 12 Häller, daher sage man, nachdem man bei 6 einen Punkt oder Strich zum Zeichen des Entlehnens gemacht hat, 6 von 12 bleibt 6, die 6 Häller schreibe man unter dem Striche als Rest an die Stelle der Häller.

3) Da man 48 kr. von 36, vielmehr von 35 kr., die man jetzt nur mehr hat, auch nicht abziehen kann, so entlehne man 1 Gulden, dieser hat 60 kr, zu diesen 35 kr. gezählt, gibt 95 kr; zieht man nun 48 von 95 ab, so erhält man als Rest 47 kr., die man an die Stelle der Kreutzer schreibt.

4) Endlich zieht man die 108 fl. von den 224, vielmehr von 223 fl. ab, weil man wegen des Entlehnens nur mehr 223 fl. hat; man erhält als Rest 115 fl., die man unter dem Striche an die Stelle der Gulden schreibt, wie hier:

	fl.	kr.	hl.
Minuend	224.	36.	4
Subtrahend	108	48	6
Rest	115 fl.	47 kr.	6 hl.

Petrus bleibt demnach noch 115 fl. 47 kr. 6 hl. schuldig.

5) Zur Probe addire man den Rest und den Subtrahend, diese geben als die beiden Theile zusammen wieder das Ganze, den Minuend, wenn kein Fehler gemacht ist, wie hier:

	fl.	kr.	hl.
Minuend	224	36	4
Subtrahend	108	48	6
Rest	115	47	6
Probe	224 fl.	36 kr.	4 hl.

III. Beispiel:

Jemand soll 48 Schäffel Getraid liefern, gibt aber nur 24 Schäffel 4 Metzen 20 Dreißger ab; wie viel ist noch zu liefern?

Auflösung:

1) Hier soll man, um diese Frage zu beantworten, 24 Schäffel 4 Metzen 20 Dreißger von 48 Schäffel abziehen; man entlehne also ein Schäffel, welches 6 Metzen hat, ferner entlehne man einen Metzen, und mache ihn zu Dreißgern, man erhält 32 Dreißger, weil ein Metzen so viele Dreißger hat, und schreibe als Minuend 47 Schäffel 5 Metzen 32 Dreißger anstatt 48 Schäffel, wie hier:

	Schäffel	Metzen	Dreißger
Minuend	47	5	32
Subtrahend	24	4	20

2) Nach den angeführten Regeln subtrahire man 20 Dreißger von 32 Dreißger, dann 4 Metzen von 5 Metzen, und 24 Schäffel von 47 Schäffel, man erhält als Rest 23 Schäffel 1 Metzen 12 Dreißger, wie hier:

	Schäffel	Metzen	Dreißger
Minuend	47	5	32
Subtrahend	24	4	20
Rest	23 Sch.	1 M.	12 Dr.

Es sind also noch 23 Schäffel 1 Metzen 12 Dreißger abzuliefern.

3) Zur Probe zähle man den Rest 23 Schäffel 1 Metzen 12 Dreißger zum Subtrahend 24 Schäffel 4 Metzen 20 Dreißger, und man muß wieder 48 Schäffel als den anfangs da gewesenen Minuend erhalten, wie hier:

	Schäffel	Metzen	Dreißger
Minuend	47	5	32
Subtrahend	24	4	20
Rest	23	1	12
Probe	47 Schäffel.		

§. 52.

Von der Probe der Addition ungleichbenannter Zahlen.

Wenn man die Probe über die Addition ungleichbenannter Zahlen machen will, so verfahre man auf diese Weise:

1) Hat man nur zwei Summanden addirt, so ziehe man einen derselben von der Summe ab, und es muß der andere Summand herauskommen;

2) Hat man aber mehr als zwei Summanden addirt, so zähle man nochmal alle Summanden, mit Ausnahme eines einzigen etwa des obern, zusammen, und ziehe diese zweite Summe von der

ersten Summe ab, es muß der ausgeschlossene oder weggelassene Summand als Rest herauskommen.

I. Beispiel:

1) Wenn man 30 fl. 14 kr. 2 hl. zu 48 fl. 36 kr. 4 hl. zählt, so erhält man 78 fl. 50 kr. 6 hl. als Summe, wie hier:

	fl.	kr.	hl.
Sum:	48	36	4
manden	30	14	2
Summe =	78	50	6

2) Zieht man jetzt zur Probe einen Summanden, etwa den unteren 30 fl. 14 kr 2 hl. als den einen Theil von dem Ganzen — der Summe ab, so kömmt der andere Summand oder Theil als Rest heraus, wie hier:

	fl.	kr.	hl.
Sum:	48	36	4
manden	30	14	2
Summe =	78	50	6
zw. Summand	30	14	2
erst. Summand als Rest	48 fl.	36 kr.	4 hl.

Es ist also die Rechnung richtig, weil als Rest der erste Summand, nämlich 48 fl. 36 kr. 4 hl, herauskömmt.

II. Beispiel:

Im ersten Beispiele des §. 48. betrug die gesammte Ausgabe des Petrus nach den angegebenen

vier Posten die Summe von 198 fl. 44 kr. zählt man mit Weglassung des oberen Summanden die unteren drei Posten nochmal zusammen, und zieht man diese Summe von der ersten Summe ab, so muß der obere weggelassene Summand, also 48 fl. 24 kr. 6 hl. als Rest herauskommen, wie hier:

	fl.	kr.	hl.
Summanden oder Posten	48	24	6
	38	54	4
	94	48	2
	16	36	4
erste Summe =	198	44	—
zweite Summe =	150	19	2
zur Probe als Rest	48	24	6 hl.

Es ist demnach die Addition richtig, weil wieder der ausgeschlossene, von den übrigen Posten durch eine Linie getrennte Summand, nämlich 48 fl. 24 kr. 6 hl. als Rest herauskömmt.

§. 53.

Beispiele der Subtraktion ungleichbenannter Zahlen mit der beigefügten Auflösung und Probe.

Zur Uebung folgen auch hier bei der Subtraktion über verschiedene benannte Zahlen mehrere Beispiele, die man selbst ausarbeiten oder auflösen soll; weßhalb ohne weitere Ausführung allemal nur der Rest mit der Probe beigefügt ist.

1.)

Die Höhe eines Thurmes beträgt 138 Schuh

4 Zoll, uud die Höhe eines anderen Thurmes 108 Schuh 2 Zoll, um wie viel ist der erste Thurm höher als der zweite (§. 45. Nro. 1.)?

	Schuh	Zoll
Minuend	138	4
Subtrahend	108	2
Rest =	30 Sch.	2 Zoll.
Probe =	138 Sch.	4 Zoll.

Es ist also der erste Thurm um 30 Schuh 2 Zoll höher.

2.)

Jemand hat ein Grundstück, das 8 Jauchert 200 Quadratruthen und 48 Quadratfuß hält, und gibt davon ein Stück von 4 Jauchert, 150 Quadratruthen und 24 Quadratfuß weg; wie viel bleibt ihm noch übrig (§. 45. Nro. 2.)?

	Jchrt.	Quadrrth.	Quadratfuß
Minuend	8	200	48
Subtrahend	4	150	24
Rest =	4	50	24
Probe =	8	200	48

Es bleibt ihm also noch ein Stück von 4 Jauchert 50 Quadratruthen und 24 Quadratfuß.

3.)

Petrus schuldet 48 Eimer 36 Maaß 2 Quartel; zahlt aber daran 20 Eimer 18 Maaß; wie viel Bier bleibt Petrus noch schuldig (§. 45. Nro. 4.)?

	Eimer	Maaß	Quartel
Minuend	48	36	2
Subtrahend	20	18	—
Rest =	28	18	2
Probe =	48 E.	36 M.	2 Qtl.

Petrus hat also noch 28 Eimer 18 Maaß und 2 Quartel zu bezahlen?

4.)

Paulus hat 34 Schäffel 4 Metzen abzuliefern, er gibt aber nur 24 Schäffel 5 Metzen 1 Viertel ab, wie viel hat er noch abzuliefern (§. 45. Nro. 5.)?

	Schäffel	Metzen	Viertl
Minuend	34	4	—
Subtrahend	24	5	1
Rest =	9 Sch.	4 M.	1 Vl.
Probe =	34 Sch.	4 M.	— Vl.

Petrus hat also noch 9 Schäffel 4 Metzen 1 Viertel abzugeben.

Man hat nämlich, um die Subtraktion vornehmen zu können, von 4 Metzen einen Metzen entlehnt, dieser hat 2 Viertel, und von 34 Schäffel entlehnte man ein Schäffel, dieses hat 6 Metzen.

5.)

Petrus kauft von einer gewissen Waare 56 Zentner 64 Pfund 12 Loth 2 Quintl, und bezahlt daran 48 Zentner 70 Pfund 16 Loth 3 Quintl; wie viel Waare hat er noch zu bezahlen?

	Ztr.	Pfund	Loth	Quintl
Minuend	56	64	12	2
Subtrahend	48	70	16	3

Weil man 3 Quintl von 2 Quintl nicht abziehen kann, so entlehne man ein Loth, dieses hat 4 Quintl, und sage 4 und 2 gibt 6, also 3 Quintl von 6 Quintl bleiben 3 Quintl.

Da man 16 Loth von 11 Loth nicht abziehen kann, so entlehne man ein Pfund, dieses hat 32 Loth, 32 und 11 gibt 43, und 16 Loth von 43 Loth bleiben 27 Loth.

Dann, weil man 70 Pfund von 63 Pfund nicht abziehen kann, so entlehne man einen Zentner, dieser hat 100 Pfund, dazu 63 Pfund addirt, gibt 163 Pfund, und davon 70 Pfund abgezogen gibt zum Reste 93 Pfund.

Endlich subtrahire man 48 Zentner von 55 Zentner, man erhält als Rest 7 Zentner.

Petrus hat also noch 7 Zentner 93 Pfund 27 Loth und 3 Quintl zu bezahlen, wie man hier sieht:

	Ztr.	Pfund	Loth	Quintl
Minuend	56·	64·	12·	2
oder	55	163	43	6
Subtrahend	48	70	16	3
Rest =	7	93	27	3
Probe =	56	64	12	2

6.)

Petrus nimmt 48 fl. 36 kr. 4 hl., dann 54 fl. 48 kr. 6 hl., und 104 fl. 54 kr. 2 hl. ein, gibt aber wieder aus 36 fl. 54 kr. 2 hl., dann 14 fl.

8 kr., und 54 fl. 48 kr. 4 hl.; wie viel hat er noch von seiner Einnahme?

Man bringe erstens die drei Einnahmen in eine Summe, wie hier:

		fl.	kr.	hl.
Posten.		48	36	4
		54	48	6
		104	54	2
Summe =		208 fl.	19 kr.	4 hl.

Dann bringe man die drei Ausgaben in eine Summe, wie hier:

		fl.	kr.	hl.
Posten.		36	54	2
		14	8	—
		54	48	4
Summe =		105 fl.	50 kr.	6 hl.

Endlich ziehe man die ganze Ausgabe von der ganzen Einnahme ab, wie hier:

	fl.	kr.	hl.
Einnahme	208	19	4
Ausgabe	105	50	6
Rest von Einnahme	102 fl.	28 kr.	6 hl.

Es blieben also von der Einnahme noch übrig 102 fl. 28 kr. 6 hl.

§. 54.

Beispiele der Subtraktion ungleich benannter Zahlen ohne die beigefügte Auflösung.

1.)

Vom Längenmaaße im Dezimal-Maaße (§. 45. Nro. 1. b.)

	Ruthen	Fuß	Zoll	Linien
Minuend	46	8	9	6
Subtrahend	18	5	6	4
Rest =				

2.)

Vom Flächenmaaße (§. 45. Nr. 2.)

	Jauchert	Quadratruthen	Quadratzoll
Minuend	58	64	80
Subtrahend	38	50	30
Rest =			

3.)

Vom Getränkmaaße (§. 45. Nr. 4.)

	Eimer	Maaß	Quartel
Minuend	136	54	2
Subtrahend	58	14	3
Rest =			

4.)

Vom Getraidmaaße (§. 45. Nr. 5.)

	Schäffel	Metzen	Dreißger
Minuend	148	5	9
Subtrahend	109	4	18
Rest =			

5.)

Vom Papiermaaße (§. 45. Nr. 6.)

	Ballen	Riß	Buch	Schreibpapier
Minuend	104	6	20	
Subtrahend	94	8	24	
Rest =				

6.)

Vom Handelsgewichte (§. 45. Nr. 7.)

	Zentner	Pfund	Loth	Quintl
Minuend	138	50	20	2
Subtrahend	56	60	24	3
Rest =				

7.)

Vom Zeitmaaße (§. 45. Nro. 12.)

	Jahr	Monat	Tag	Stund	Minuten
Minuend	24	9	24	18	40
Subtrahend	15	10	26	20	50
Rest =					

8.)

Vom Gelde (§. 45. Nro. 13.)

	Gulden	Kreutzer	Häller
Minuend	459	—	—
Subtrahend	168	54	4
Rest =			

§. 55.

Vom Multipliziren ungleichbenanter Zahlen.

Wenn der Multiplikand Dinge von verschiedener Benennung enthält, und der Multiplikator nur eine einzige Zahl ist, so verfahre man auf diese Weise:

1) Man schreibe den Multiplikator rechts nur unter eine Ordnung des Multiplikands, oder auch, was deutlicher ist, unter jede Ordnung des Multiplikands; und ziehe einen Querstrich;

2) Rechts fange man das Multipliziren bei der niedrigsten Ordnung an, und multiplizire nach und nach alle Ordnungen des Multiplikands;

3) Wie man immer so viele niedere Einheiten erhält, daß sie eine oder mehrere der vorkommenden höheren Einheiten geben, da reduzire man, und zähle die Einheiten des Quotienten zu den vorkommenden gleichnamigen Einheiten.

I. Beispiel:

Wenn ein Pfund einer gewissen Waare 6 fl. 48 kr. 4 hl. kostet, was kosten 9 Pfund der nämlichen Waare?

Auflösung:

1) Wenn 1 Pfund 6 fl. 48 kr. 4 hl. kostet, so kosten offenbar 9 Pfund neunmal so viel, man muß also hier zur Auflösung mit 9 multipliziren, und zwar die 6 fl., dann die 48 kr., und die 4 hl., wie hier:

6 fl.	48 kr.	4 hl.
X 9	X 9	X 9
54 fl.	432 kr.	36 hl.

2) Die 36 Häller reduzire man auf Kreutzer, sie geben 4 kr. 4 hl., dann zähle man die 4 kr. zu den 432 kr., man erhält 436 kr.; diese mache man zu Gulden, sie geben 7 fl. 16 kr., und die 7 fl. zähle man zu den 54 fl., wie hier:

6 fl.	48 kr.	4 hl.
X 9	X 9	X 9
54	432	36 | 4 kr.
+7	+4	: 8 |
61 fl.	436 | 7 fl.	32 |
	: 60 |	Rest, 4 hl.
	420 |	
	Rest, 16 kr.	

Es kosten also 9 Pfund 61 fl. 16 kr., 4 hl.

II. Beispiel:

Eine Erbschaft wird unter 8 Erben zu gleichen Theilen vertheilt, und ein Erbe bekömmt 458 fl. 36 kr. 4 hl; wie groß war die ganze Erbschaft?

Auflösung:

Die Größe der ganzen Erbschaft weiß man, wenn man, weil es 8 Erben waren, den Antheil eines Erben, also 458 fl. 36 kr. 4 hl. mit 8 multiplizirt, wie hier:

458 fl. × 8 = 3664 + 4 = 3668 fl.

36 kr. × 8 = 288 + 4 = 292 : 60 = 4 fl. Rest 52 kr.

4 hl. × 8 = 32 : 8 = 4 kr.

Die ganze Erbschaft betrug demnach 3668 fl. 52 kr.

III. Beispiel:

Von einer gewissen Waare bekömmt man für einen Gulden 2 Pfund 9 Loth; wie viel bekömmt man von der nämlichen Waare um 10 Gulden?

Auflösung:

Offenbar bekömmt man um 10 Gulden das zehenfache von dieser Waare; man muß daher 2 Pfund 9 Loth mit 10 multipliziren, wie hier:

2 Pfund × 10 = 20 + 2 = 22 Pfund

9 Loth × 10 = 90 : 32 = 2 Pfund Rest 26 Loth

Um 10 Gulden erhält man also 22 Pfund und 26 Loth.

Anmerkung: In den älteren Aufgaben dieses Rechenbuches findet man bei solchen Aufgaben, die Regel, daß man alle Einheiten auf die niedrigste Ordnung reduziren, dann erst multipliziren, und nach diesem die niederen Einheiten wieder auf die höheren reduziren soll; nach dieser Regel wird man beim angeführten I. Beispiele die Aufgabe so lösen:

Weil man da fragt, was 9 Pfund kosten, wenn 1 Pfund 6 fl. 48 kr. 4 hl. kostet, so mache man die 6 fl. 48 kr. 4 hl. zu lauter Hällern, sie geben 3268 Häller; diese multiplizire man mit 9, es gibt 29412 Häller, und diese Häller reduzire man auf Kreutzer und Gulden, man findet auch wieder, daß 9 Pfund unter der gesetzten Bedingung 61 fl. 16 kr. 4 hl. kosten, wie hier:

6 fl. 48 kr. 4 hl.

X60

360

+48

408 kr.

X8

3264

+4

3268 hl.

X9

29412

Die 29412 hl. zu kr. gemacht.

365	
29412	3676 kr.
8888	

Rest, 4 hl.

Die 3676 kr. zu Gulden gemacht.

3676	61 fl.
: 60	
360	
76	
: 60	
60	

Rest, 16 kr.

Es kosten also wieder 9 Pfund 61 fl. 16 kr. 4 hl.

Wenn man diese Auflösung mit der vorigen vergleicht, so wird man finden, daß es bequemer ist, wenn man jede einzelne Sorte multiplizirt, anstatt daß man vorhin, wie es so eben geschehen ist, alles auf die kleinste Sorte reduzirt, und dann erst multiplizirt.

§. 56.

Fortsetzung der Regeln über das Multiplizieren ungleichbenannter Zahlen.

Wenn die Faktoren Einheiten von verschiedener Benennung anzeigen, so verfahre man bei der Multiplikation auf diese Weise:

1) Man reduzire die verschiedenen Sorten allemal auf die vorkommende niedrigste Sorte;

2) Man multiplizire die dadurch erhaltenen Zahlen mit einander, und reduzire dann nach der Beschaffenheit der Aufgabe die niederen Einheiten wieder auf höhere Einheiten.

I. Beispiel:

Wenn von einer gewissen Waare ein Loth 36 kr. 4 hl. kostet, was kosten 6 Zentner 40 Pfund 8 Loth der nämlichen Waare?

Auflösung:

1) Weil in dieser Aufgabe Häller genannt sind, so reduzire man die 36 kr. auf Häller, und zähle die 4 Häller darzu, man erhält 292 Häller, wie hier:

36 kr.
× 8
288
+ 4
292 hl.

2) Eben so reduzire man die Zentner und Pfund auf Loth, und drücke die genannte ganze Waare

in Lothen aus, man erhält 20488 Loth, (§. 45.) wie hier:

6 Ztr.	640 ℔
×100	×32
600	128
+40	192
640 ℔	20480
	+8
	20488

3) Jetzt multiplizire man 292 mit 20488, oder umgekehrt, 20488 mit 292, man erhält 5982496 Häller, da jetzt die Aufgabe heißt, wenn ein Loth 292 Häller kostet, was kosten 20488 Loth? Dieselben kosten 20488 mal 292 Häller, wie hier:

20488
×292
40976
184392
40976
5982496 Häller.

4) Endlich reduzire man die Häller durch die Division mit 8 auf Kreutzer, und diese durch die Division mit 60 auf Gulden, wie hier:

5982496 | 747812 Kreutzer.
888888 |

dann

✗✗✗✗	
✗✗✗✗(2	12463 fl.
✗✗✗✗✗(0	
Rest 32 kr.	

Es kosten also 6 Zentner 40 Pfund 8 Loth unter der gesetzten Bedingung 12463 fl. 32 kr.

II. Beispiel:

In der Feldmeßkunst wird gelehrt, daß man den Flächeninhalt eines Viereckes, welches ein Rechteck genannt wird, erhalte, wenn man die Grundlinie mit der Höhe, oder, wie man auch sagt, die Länge mit der Breite multiplizirt.

Wie groß ist demnach ein Garten, der die Gestalt eines solchen Viereckes hat, und welcher 450 Schuh 6 Zoll lang, und 250 Schuh 5 Zoll im Dezimalmaaße breit ist (§. 45)?

Auflösung:

1) Im Dezimalmaaße hat ein Schuh 10 Zoll, man schreibe also 4506 Zoll anstatt 450 Schuh 6 Zoll, und 2505 Zoll anstatt 250 Schuh 5 Zoll, wie man hier aus der Reduktion ersieht:

450 Schuh,	dann	250 Schuh
✗10		✗10
4500 Zoll		2500 Zoll
+6		+5
4506 Zoll		2505 Zoll

2) Die Zahl 4506 multiplizire man mit 2505, wie hier:

4506
2505
22530
22530
9012
11287530

3) Die Zahl 11287530 bedeutet jetzt Quadratzoll; davon 100 geben einen Quadratschuh (§. 45.); man reduzire daher durch die Division mit 100 die Quadratzoll auf Quadratschuh, man erhält 112875 Quadratschuh und 30 Quadratzoll, wie hier:

112875(30 | 112875 Quadratschuh
: 1 (00 |
Rest, 30 Quadratzoll.

Die Größe dieses Gartens beträgt demnach 112875 Quadratschuh und 30 Quadratzoll, oder 2 Tagwerk 32875 Quadratschuh und 30 Quadratzoll.

III. Beispiel:

In der Geometrie wird gelehrt, daß man den körperlichen Inhalt einers Körpers, den man Parallelepipedum heißt, erhält, wenn man Länge, Breite und Höhe mit einander multiplizirt.

Wie groß ist nun der körperliche Inhalt eines Zimmers, das die Gestalt eines solchen Körpers hat, und im Dezimalmaaße 48 Schuh 6 Zoll lang, 24 Fuß 4 Zoll breit, und 9 Fuß 2 Zoll hoch ist?

Auflösung:

1) Man mache allemal die Fuß zu Zoll, wie hier:

48 Schuh	24 Schuh	9 Schuh
X 10	X 10	X 10
480 Zoll	240 Zoll	90 Zoll
+6	+4	+2
486 Zoll	244 Zoll	92 Zoll

2) Die drei Zahlen 486, dann 244, und 92 multiplizire man mit einander, man erhält 10'909 728 Kubikzoll, wie hier:

486
X 244
1944
1944
972
118584
X 92
237168
1067256
10909728 Kubikzoll.

3) Endlich durch die Division mit 1000 reduzire man diese Kubikzoll auf Kubikfuß, man erhält 10909 Kubikfuß und 728 Kubikzoll (§. 45.), wie hier:

10909(728 | 10909 Kubikfuß,
: 1 (000 |
Rest, 728 Kubikzoll.

Die Größe dieses Zimmers beträgt demnach 10909 Kubikfuß und 728 Kubikzoll.

Anmerkung: 1) Zur Ersparung des Platzes habe ich bei einem Ziffer und bei 60 das Dividiren durch das Ausstreichen der Ziffer ausgeführt.

2) Mehrere Beispiele folgen zur Uebung im nächsten Abschnitte.

§. 57.

Vom Dividiren ungleichbenannter Zahlen.

Wenn der Divisor aus einer einzigen Zahl besteht, und der Dividend verschiedene Sorten enthält, so verfahre man nach dieser Regel:

1) Man schreibe links den Divisor, ziehe einen Strich von oben nach unten, schreibe den Dividend, und mache rechts wieder einen Vertikalstrich, damit man nach ihm den gesuchten Quotienten schreiben kann.

2) Man dividire links mit dem Divisor zuerst die größte Sorte, bleibt ein Rest am Ende, so reduzire man diesen auf die nächste Sorte, zähle diesen darzu, und dividire mit dem vorigen Divisor, bleibt da am Ende wieder ein Rest, so verfahre man auf die nämliche Weise, um nach und nach alle vorkommenden Einheiten des Dividends zu dividiren.

3) Bleibt bei der Division der letzten Sorte auch noch ein Rest, so schreibe man diesen, wie man es schon früherhin bei der Division gethan hat, bruchartig, das ist, so an, daß ober dem Querstrich der Rest, und darunter der Divisor zu stehen kömmt.

I. Beispiel:

Unter 5 Personen soll man zu gleichen Theilen 79 fl. 2 kr. 4 hl. vertheilen; was bekömmt jede Person?

Auflösung:

1) Nachdem man die Zahlen auf die angezeigte Weise angeschrieben hat, so dividire man mit 5 die 79 fl., man erhält zum Quotienten 15 fl. und 4 fl. Rest, diese reduzire man auf Kreutzer, sie geben 240 kr., zu welchen man die gegebenen 2 kr. addirt, die Summe ist 242 kr., wie hier:

5 | 79 fl. 2 kr. 4 hl. | 15 fl.
5 |
29
: 5
25

Rest 4 fl. = 240 kr., und 240 kr. + 2 kr. = 242 kr.

2) Die 242 kr. dividire man wieder mit 5, man erhält 48 kr. und zum Reste 2 kr., diese mache man zu Häller, sie geben 16 hl., dazu die vorhandenen 4 hl., gibt 20 hl., wie hier:

5 | 242 kr. 4 hl. | 48 kr.
20 |
42
: 5
40

Rest 2 kr. = 16 hl. und 16 hl. + 4 hl. = 20 hl.

3) Endlich dividire man die 20 Häller mit 5, man erhält 4 Häller, wie hier:

20 hl. | 4 hl.
: 5
20

oder zusammengestellt ist die Auflösung so:

Dividend

Divisor 5 | 79 fl. 2 kr. 4 hl. | 15 fl. Quotient

Theilung der Gulden.

5 | 79
5
29
: 5
25

Rest, 4 fl. = 240 kr., dann 240 kr. + 2 kr. = 242 kr.

Theilung der Kreuzer

5 | 242 kr. 4 hl. | 48 kr.
20
42
: 5
40

Rest 2 kr. = 16 hl., und 16 hl. + 4 hl. = 20 hl.

Theilung der Häller.

5 | 20 Häller | 4 hl.
20
0

Es bekömmt also jede Person 15 fl. 48 kr. 4 hl.

II. Beispiel:

Neun Pfund einer gewissen Waare kosten 61 fl. 16 kr. 4 hl.; was kostet 1 Pfund dieser Waare?

Auflösung:

1) Wenn man die 61 fl. 16 kr. 4 hl. mit 9 dividirt, so erhält man den Preis eines Pfundes, welcher der neunte Theil davon ist; man schreibe also links 9 als Divisor, und rechts den Dividend, wie hier:

Dividend

Divisor 9 | 61 fl. 16 kr. 4 hl. |

2) Mit 9 dividire man 61 fl., man erhält 6 fl., und als Rest 7 fl., diese geben 420 kr., dazu 16 kr., gibt 436 kr., wie hier:

9 | 61 fl. 16 kr. 4 hl. | 6 fl.
| 54
Rest 7 fl.
X60
420 kr. + 16 kr. = 436 kr.

3) Die 436 kr. 4 hl. dividire man jetzt mit 9, man erhält bei den Kreutzern 48 kr., und als Rest 4 kr., diese geben mit den 4 Hällern zusammen 36 Häller, wie hier:

9 | 436 kr. 4 hl. | 48 kr.
| 36
76
: 9
72
Rest 4 kr. = 32 hl., und 32 hl. + 4 hl. = 36 hl.

4) Endlich dividire man die 36 hl. mit 9, man erhält als Quotienten 4 hl., wie hier:

36 hl.	4 hl.
: 9	
36	
—	

Unter der gesetzten Bedingung kostet also ein Pfund 6 fl. 48 kr. 4 hl.

Anmerkung: 1) Auch bei ungleichbenannten Zahlen dienen sich die Multiplikation und Division wechselweise zur Probe. Wenn man nämlich das Produkt mit einem Faktor, etwa mit dem Multiplikator dividirt, so kömmt der andere Faktor, in diesem Falle der Multiplikand zum Vorscheine; und wenn man nach vorgenommener Division den Quotienten mit dem Divisor multiplizirt, so erhält man den Dividend wieder.

Auf diese Weise ist die vorstehende Auflösung des II. Beispieles die Probe für das im §. 55. angeführte I. Beispiel. Dort hat man 6 fl. 48 kr. 4 hl. mit 9 multiplizirt, und zum Produkte 61 fl. 16 kr. 4 hl. erhalten, und hier hat man 61 fl. 16 kr. 4 hl. mit 9 dividirt, und wieder 6 fl. 48 kr. 4 hl. zum Quotienten bekommen.

2) In den älteren Auflagen dieses Rechnenbuches findet man auch die Divisionsregel so, daß man vor der Division alle Sorten auf die vorkommenden niedrigsten Benennungen reduzirt.

Nach dieser Regel wird das vorstehende II. Beispiel so gelöset, bei welchem die Aufgabe ist: Was kostet 1 Pfund, wenn 9 Pfund 61 fl. 16 kr. 4 hl. kosten?

Man macht nämlich die 61 fl. 16 kr. 4 hl. zu Hällern, man erhält 29412 Häller, wie hier:

61 fl. 16 kr. 4 hl.	dann	3676 kr.	
× 60		× 8	
3660 kr.		29408 hl.	
+ 16		+ 4	
3676 kr.		29412 hl.	

Dann dividirt man die 29412 hl., mit 9, man erhält 3264 hl., wie hier:

	267	
	29412	3268 hl.
:	9999	

Endlich reduzirt man die 3268 hl. auf Kreutzer und Gulden, man erhält 6 fl. 48 kr. 4 hl., wie hier:

	4	
	3268 hl.	408 kr.
:	888	
Rest,	4 hl.	

ferner

	4	
	408 kr.	6 fl.
	88	
Rest,	48 kr.	

Es kostet also ein Pfund 6 fl. 48 kr. 4 hl.

3) Vergleicht man diese Auflösung mit der vorstehenden, so wird man finden, daß diese bequemer ist, da man bei ihr die Division ohne die Reduktion auf die niedrigste Sorte vornimmt.

§. 58.

Fortsetzung der Regeln über die Division mit ungleichbenannten Zahlen.

Wenn der Divisor verschiedene Sorten enthält, und der Dividend eine einzige benannte Zahl ist, so verfährt man nach dieser Regel:

1) Die höheren Sorten reduzire man auf die in der Aufgabe vorkommende kleinste Sorte;

2) Man dividire nun den Dividend mit dem Divisor, der jetzt auch eine einzige Zahl ist, und ermesse dann aus der Beschaffenheit der Aufgabe, ob und wie etwa noch der gefundene Quotient zu reduziren ist.

Beispiel:

Um für eine gewisse Anzahl Soldaten die vorgeschriebenen Brodportionen zu liefern, werden wochentlich 6 baierische Schäffel 4 Metzen und 1 Viertel Getraid erfordert; wie viele Wochen wird man mit 108 Schäffel diese Lieferung leisten können?

Auflösung:

1) Weil in der Aufgabe Viertel genannt sind, so reduzire man alle vorkommenden Getraidsorten; die 108 Schäffel geben 1296 Viertel, und 6 Sch. 4 M. 1 V. geben 81 Viertel, wie hier:

6 Sch. dann 108 Sch.

×6 ×6

36 M. 648 M.

+4 ×2

40 M. 1296 V.

×2

30 V.

+1

81 V.

also 6 Sch. 4 M. 1 V. = 81 Viertl.
und 108 Sch. = 1296 Viertel.

2) Die Zahl 1296 dividire man mit 81, man erhält 16 als Quotienten, wie hier:

1296 | 16 Wochen
: 81
81

486
81
486

Man kann also mit dem angegebenen Getraidquantum die Lieferung 16 Wochen hindurch leisten.

§. 59.

Fortsetzung der Regeln über die Division mit ungleichbenannten Zahlen.

Wenn endlich der Divisor und der Dividend verschiedene Sorten enthalten, so verfährt man bei der Division ungleichbenannter Zahlen auf diese Weise:

1) Man reduzire den Divisor und den Dividend auf die vorkommenden kleinsten Sorten;

2) Man dividire jetzt, und reduzire dann, wenn es die Beschaffenheit der Aufgabe erfordert, die niedrigste Sorte wieder auf Einheiten höherer Art.

Beispiel:

Es hinterläßt jemand eine Erbschaft von 1027 fl. 39 kr. 4 hl., und jeder Erbe bekömmt bei der Vertheilung in gleiche Theile 146 fl. 48 kr. 4 hl.; wie viel waren es Erben?

Auflösung:

1) Man reduzire die ganze Erbschaft und den

Antheil eines jeden auf Häller; jene beträgt 493276 Häller, und dieser 70468 Häller;

2) Man dividire die 493276 Häller mit 70468 Häller, man erhält 7 als Quotienten; es waren also 7 Erben, wie hier ersichtlich ist:

1027 fl. 39 kr. 4 hl.; dann	146 fl. 48 kr. 4 hl.
× 60	× 60
61620 kr.	8760 kr.
+ 39	+ 48
61659 kr.	8808 kr.
× 8	× 8
493272 hl.	70464 hl.
+ 4	+ 4
493276 hl.	70468 hl.

endlich

493276 : 70468 = 7 Erben.
493276

3) Will man die Probe machen, so darf man nur den Antheil eines Erben, also 146 fl. 48 kr. 4 hl. mit 7 multipliziren, weil es 7 Erben sind, und es muß wieder die ganze Erbschaft, mithin 1027 fl. 39 kr. 4 hl. herauskommen, wie hier:

146 fl.	48 kr.	4 hl.
× 7	× 7	× 7
1022 fl.	336 kr.	28 hl.
= 1027 fl.	39 kr.	4 hl.

Anmerkung: Mehrere Beispiele zur Uebung im Dividiren mit ungleichbenannten Zahlen werden im nächsten Abschnitte vorkommen.

III. Abschnitt.

Aufgaben der Regel-Detri ohne Brüche zur Uebung im Multipliziren und Dividiren mit benannten Zahlen, wie auch die Zeit- und Durchschnitts-Rechnung.

§. 60.

Erklärungen.

1) Wenn man aus dem Verhältnisse, das gewisse Größen zu einander haben, unbekannte Zahlen berechnet, so nennt man dieses die Auflösung von Regeldetri Aufgaben.

2) Solche Aufgaben heißt man Aufgaben der Regeldetri, weil wenigstens zur Berechnung der unbekannten Zahl drei Zahlen, oder drei Sätze gegeben sein müssen; wie z. B. bei dieser Aufgabe: „was kosten 6 Ellen, wenn 1 Elle 4 fl. kostet?

3) Man sagt zwei Größen stehen zusammen im geraden Verhältnisse, wenn sie sich so wechselseitig bestimmen, daß mit der Zunahme der einen eben so die Zunahme der anderen verbunden ist, und man also sagen kann: „je mehr desto mehr, je größer, desto größer ꝛc.

4) Zwei Größen stehen zusammen im umgekehrten Verhältnisse, wenn mit der Zunahme der einen eben so die Abnahme der anderen verbunden ist, und man also sagen kann: „je mehr, desto weniger, je kleiner, desto größer.

Im geraden Verhältnisse stehen:

a) Die Menge der Waaren und die Größe der dafür zu leistenden Zahlung;

b) Der Zins mit der Größe des Kapitals, der Länge der Zeit, während welcher das Kapital am Zins ist, und mit den Prozenten, das heißt, mit der Summe, die man jährlich für den Gebrauch von 100 Gulden bezahlt;

c) Die Anzahl der Arbeiter mit ihrer Verrichtung und mit der Zahlung dafür;

d) Die Größe der Verrichtung mit der dazu erforderlichen Zeit;

e) Verschiedene Gewichte, Längen- Getraid- Wein- Maaße, verschiedene Geldsorten zu einander ꝛc.

Im verkehrten Verhältnisse stehen zu einander:

a) Bei einerlei Arbeit die Anzahl der Arbeiter und die dazu erforderliche Zeit;

b) Die Länge und Breite des zu einem Kleide erforderlichen Tuches;

c) Die Anzahl der Menschen mit der Zeit, in welcher sie einen gewissen Vorrath von Lebensmitteln aufzehren;

d) Das Kapital mit der Zeit, um den nämlichen Zins zu geben;

e) Die Anzahl der wochentlichen Tage und der täglichen Stunden, die man verwendet, um eine

gewisse Arbeit zu vollenden, mit der Zeit, welche in Monaten ausgedrückt ist ꝛc.

Anmerkung: Ob zwei Größen im geraden oder verkehrten Verhältnisse zu einander stehen, sieht man bei den im gemeinen Leben vorkommenden Rechnungsfällen aus der angestellten Vergleichung. So sieht z. B. jedermann, wenn eine Elle einer gewissen Waare 4 Gulden kostet, so kosten 2 Ellen 2 mal 4 fl., dann 3 Ellen 3 mal 4 fl., ferner 4 Ellen 4 mal 4 fl., und so fortgesetzt, das ist, die Ellen stehen mit der Zahlung dafür im geraden Verhältnisse.

Eben so sieht man z. B. auch, wenn 6 Arbeiter ein gewisses Geschäft in 8 Tagen verrichten, so brauchen 2 mal mehr Arbeiter, also 12 Arbeiter bei gleichen Umständen nur die Hälfte der vorigen Zeit, mithin 4 Tag das ist, diese Größen stehen zu einander im umgekehrten Verhältnisse.

§. 61.

Abtheilung der verschiedenen Regeldetri-Aufgaben.

1) Wenn die Größen zusammen im geraden Verhältnisse stehen, und nur drei Zahlen gegeben sind, so hat man eine Aufgabe der einfachen geraden Regel-Detri; zum Beispiele:

Wenn 1 Elle einer gewissen Waare 6 fl. kostet; was kosten 24 Ellen der nämlichen Waare?

2) Wenn die Größen zusammen im umgekehrten Verhältnisse, und anfangs auch nur drei Zahlen gegeben sind, so hat man eine Aufgabe der einfachen verkehrten Regel-Detri; zum Beispiele:

Wenn 100 Personen sich von einem gewissen Vorrathe von Lebensmitteln 8 Wochen ernähren können, wie lange haben daran 200 Personen?

3) Wenn mehr als drei Zahlen anfangs gegeben sind, und alle Größen zusammen im geraden Verhältnisse stehen, dann ist es eine Aufgabe der zusammen gesetzten geraden Regel-Detri; zum Beispiele:

Wenn 200 fl. Kapital in 1 Jahre zu 5 Prozenten 10 fl. Zins geben, welchen Zins geben 600 fl. Kapital in 6 Jahren zu 4 Prozenten?

4) Wenn mehr als drei Zahlen gegeben sind, und alle Größen stehen zusammen im umgekehrten Verhältnisse, dann hat man eine Aufgabe der zusammen gesetzten verkehrten Regel-Detri; zum Beispiele:

Eine Festung ist auf 2 Jahre für 10000 Mann mit Getraid versehen, wenn man täglich einem Manne 2 Pfund Brod gibt, wie viel Brod darf man täglich einem Manne geben, wenn sich eine Besatzung von 8000 Mann davon 3 Jahre ernähren kann;

5) Wenn endlich mehr als drei Zahlen gegeben sind, und einige Größen im geraden und einige im verkehrten Verhältnisse zu einander stehen, so hat man eine Aufgabe der zusammengesetzten geraden und verkehrten Regel-Detri zugleich; zum Beispiele:

Wenn 20 Arbeiter in 12 Tagen, im Falle sie täglich 8 Stunden arbeiten, 1 Mauer verfertigen, die 40 Fuß lang, 2 Fuß dick und 20 Fuß hoch ist; wie viele Tage werden 40 Arbeiter die täglich 10 Stunden arbeiten, zu 2 Mauern verwenden, wovon jede 50 Fuß lang, 2 Fuß dick und 30 Fuß hoch ist?

§. 62.

Regel zur Auflösung der Aufgaben der einfachen geraden Regel-Detri.

Wenn man die Aufgaben nicht streng nach dem Proportionalansatze auflösen will, so verfahre man nach diesen Regeln:

1) Man schreibe die drei bekannten Glieder der Ordnung nach hin, wie sie bei der Aufgabe genannt werden, indeß aber so, daß sie in einiger Entfernung von einander in eine horizontale Linie zu stehen kommen, und das erste und dritte Glied gleichnamig sind;

2) Man multiplizire das zweite Glied mit dem dritten, oder, was eines ist, das dritte Glied mit dem zweiten, das ist, die Zahlen mit einander die an der zweiten und dritten Stelle stehen, und dividire das Produkt mit dem ersten Gliede; ist dieses 1, so unterbleibt die Division ganz.

3) Zur Probe kehre man die Aufgabe um, nehme eines der vorhin bekannt gewesenen Glieder als unbekannt an, und führe dann die Rechnung wieder auf die nämliche Weise aus.

I. Beispiel:

Wenn 1 Elle 6 fl. kostet, was kosten 4 Ellen?

Auflösung:

1) Man schreibe so an:

Elle	fl.	Ellen
1	6	4

2) Man multiplizire 6 mit 4, oder umgekehrt:

Elle	fl.	Ellen
1	6	4

× 4

24 fl.

Es kosten also 4 Ellen unter dieser Bedingung 24 fl.

3) Zur Probe sage man: „wenn 4 Ellen 24 fl. kosten, was kostet 1 Elle?

Man schreibe die Aufgabe, wie vorhin an, multiplizire das zweite Glied mit dem dritten, und dividire das Produkt mit dem ersten Gliede; wie hier:

Ellen	fl.		Elle
4	24		1
	: 4	6 fl.	
	24		
	1		

Eine Elle kostet also wieder 6 fl. man hat da der Kürze wegen mit 1 nicht multiplizirt, gleichwie man auch mit der Zahl 1 nicht dividiren darf, weil immer die nämliche, anfangs da gewesene Zahl wieder zum Vorscheine kömmt.

II. Beispiel:

Was kostet ein Pfund einer gewissen Waare, wenn 36 Pfund davon 864 fl. kosten?

Auflösung:

1) Man schreibe, wie beim vorigen Beispiele, an: „wenn 36 Pfund 864 fl. kosten, was kostet 1 Pfund?

Pfund	fl.	Pfund
36	864	1
	: 36	24 fl.
	72	
	144	
	: 36	
	144	

Ein Pfund kostet also 24 fl.

2) Zur Probe kehre man die Aufgabe um, und sage: was kosten 36 Pfund, wenn ein Pfund 24 fl. kostet? Man schreibe also an:" 1 Pfund kostet 24 fl., was kosten 36 Pfund?

Pfund	fl.	Pfund
1	24	36
	X 36	
	144	
	72	
	864 fl.	

36 Pfund kosten also wieder 864 fl.

Anmerkung: Rücksichtlich aller auf diese Weise vorkommenden Auflösungen der Regel=Detri=Aufgaben bemerke ich folgendes:

a) Diese Aufgaben lassen sich auch bequem auf reesische Art auflösen, wie dieses noch spaterhin gezeigt werden wird. Für jetzt bleibe ich rücksichtlich der leichteren Auf=gaben bei dem vorstehenden Regel=Detri=Ansatze, wenn gleich dabei die Gesetze eines Proportional=Ansatzes nicht befolgt sind, weil jener Regel=Detri=Ansatz, wie er bei den vorstehenden zwei Beispielen dargestellt ist, in den älteren Auflagen dieses Rechnenbuches durchgehends vor=

kömmt, und darnach die daran gewöhnten gemeineren Leute, für welche dieses Werk als Volksrechnenbuch bestimmt ist, lieber rechnen, als nach dem reeslschen Ansatze, oder demjenigen Ansatze, welcher genau nach den Proportionalsätzen bewerkstelliget wird.

b) Wollte man, wie ich es im zweiten Theile meines Lehrbuches der Arithmetik (Zweite Auflage, Kempten bei Tobias Dannheimer 1818.) thue, genau nach der Lehre der geometrischen Proportionen solche Aufgaben lösen, so müßte man, damit nur gleichartige und gleichbenannte Größen in ein und dasselbe Verhältniß kommen, denn Ansatz beim angeführten I. Beispiele und die Berechnung so machen.

Wenn 1 Elle 6 fl. kostet, was kosten 4 Ellen?

1) Voriger Ansatz, und vorige Berechnung:

Elle	fl.	Ellen
1	6	4

X 4

24 fl.

2) Ansatz nach der Proportionslehre und die Berechnung darnach:

Elle	Ellen	fl.	fl.
1	: 4	= 6	: x,

also mit Weglassung der Benennungen

1 : 4 = 6 : x,

und x = 4 X 6 = 24 fl.

Man findet daher immer wieder, daß 4 Ellen von dieser Waare 24 fl. kosten.

§. 63.

Regel zur Auflösung der Aufgaben der einfachen verkehrten Regel-Detri.

Wenn man wieder die Aufgaben nicht streng

Auflösung:

M.	W.	M.
600	12	200

```
 X12
-----
7200
```

```
 72(00 | 36 Wochen.
 : 2 (00 |
   6
  --
  12
 : 2
  12
  --
   —
```

200 Menschen können sich demnach davon 36 Wochen ernähren.

Probe:

Wenn sich 200 Menschen 36 Wochen ernähren können, wie lange können sich 600 Menschen ernähren?

M.	W.	M.
200	36	600

```
 X36
-----
 72(00 | 12 Wochen.
 : 6 (00 |
   6
  --
  12
 : 6
  12
  --
   —
```

Dieselben können sich wieder 12 Wochen lang davon ernähren.

Anmerkung: 1) Aus den vorstehenden Auflösungen ersieht man, daß das gesuchte vierte Glied al=

lemal mit dem zweiten Gliede von gleicher Art und Benennung ist.

2) Weil die Regel Detri bei den Aufgaben des gemeinen Lebens, und auch sonst, eine vielfache Anwendung hat, und dieselbe fast immerhin vorkömmt, so heißt man sie auch die goldene Regel (Regula aurea.)

§. 64.

Die Regeln zur Auflösung der Aufgaben der einfachen Regel-Detri mit Reduktionen.

Wenn das erste und dritte Glied verschiedene Namen haben, so reduzire man sie so lange, bis sie gleiche Namen haben, und verfahre dann auf die angezeigte Weise. Erfordert es die Beschaffenheit der Aufgabe, so reduzire man das gefundene vierte Glied wieder auf Einheiten anderer Ordnung.

I. Beispiel:

Wenn ein Loth einer gewissen Waare 4 Häller kostet, was kosten 6 Zentner?

Auflösung:

Loth	Häller	Zentner
1	4	6
	19200 Loth	X100
	X4	600 ℔.
	76800 hl.	X32
		19200 Loth

nach der geometrischen Proportionslehre auflösen will, so verfahre man nach diesen Regeln:

1) Man schreibe wieder die drei bekannten Glieder der Ordnung nach hin, wie sie bei der Aufgabe genannt wurden, so daß sie in einiger Entfernung von einander in eine horizontale Linie zu stehen kommen, und das erste und dritte Glied gleichnamig sind;

2) Man multiplizire das erste Glied mit dem zweiten, oder umgekehrt das zweite Glied mit dem ersten, und dividire das erhaltene Produkt mit dem dritten Gliede;

3) Zur Probe kehre man die Aufgabe um, nehme eines der vorhin bekannt gewesene Gliedern als unbekannt an, und führe dann die Rechnung wieder auf die nämliche Weise aus.

I. Beispiel:

Wenn 12 Personen ein gewisses Geschäft in 18 Tagen verrichten, wie lange brauchen dazu 24 Personen?

Auflösung:

1) Man schreibe so an:

Personen	Tag	Personen
12	18	24

2) Man multiplizire das erste Glied 12 mit dem zweiten Gliede 18, und dividire das erhaltene Produkt 216 mit dem dritten Gliede 24, man erhält 9, wie hier:

Personen	Tag	Personen
12	18	24
× 18	216 : 24	9 Tag
96		
12	216	
216		

24 Personen brauchen also 9 Tag.

3) Zur Probe kehre man die Aufgabe um, und schreibe:

Wenn 24 Personen ein gewisses Geschäft in 9 Tagen verrichten, wie lange brauchen dazu 12 Personen?

Personen	Tag	Personen
24	9	12
× 9	216 : 12	18 Tag.
216	12	
	96 : 12	
	96	

Es brauchen also 12 Personen wieder 18 Tag.

II. Beispiel:

Wenn sich 600 Menschen von einem gewissen Vorrathe von Lebensmitteln 12 Wochen ernähren können, wie lange können sich davon 200 Menschen ernähren?

76800 hl.	9600 kr.	
: 8		
9600 kr.	160 fl.	
: 60		

Es kosten also 6 Zentner von dieser Waare 160 fl.

Es wurden nämlich hier zuerst rechts durch die Multiplikation mit 100 und 32 die 6 Zentner auf Loth reduzirt, sie geben 19200 Loth, und die Aufgabe hieß: „wenn 1 Loth 4 Häller kostet, was kosten 19200 Loth? Offenbar kosten sie 19200mal 4 Häller; man hat deßhalb links 19200 mit 4 multiplizirt, und die erhaltenen 76800 hl. durch die Division mit 8 zu Kreutzern, und durch die Division mit 60 zu Gulden gemacht, wodurch man 160 fl. gefunden hat.

II. Beispiel:

Wenn 6 Zentner einer gewissen Waare 160 fl. kosten, was kostet 1 Loth?

Auflösung:

Zentner	fl.	Loth
6	160	1
X 100	X 60	
600 Pfund	9600 kr.	
X 32	X 8	
19200 Loth	76800 Häller.	

also

Loth	Häller		Loth
19200	76800		1
	:19200	4 Häller	
	76800		

Ein Loth kostet also wieder 4 Häller.

Hier hat man links, damit das erste Glied mit dem dritten gleichnamig wird, zuerst die 6 Zentner auf Loth reduzirt, sie geben 19200 Loth.

Weil die 160 fl. mit 19200 nicht theilbar sind, so hat man die 160 fl. auf Kreutzer und dann auf Häller reduzirt, man bekam 76800 Häller, diese, mit 19200 dividirt, geben 4 Häller als Quotienten.

Anmerkung: 1) Man sieht, daß sich diese beiden Beispiele wechselweise zur Probe dienen.

2) Wie man solche Beispiele reefisch durch Abkürzung bequemer auflösen kann, wird spaterhin gezeigt werden.

§. 65.

Beispiele zur Uebung im Multipliziren mit benannten Zahlen bei Regel-Detri-Aufgaben wenn das erste Glied nur eine Einheit oder 1 ist.

I. Beispiel:

Wenn 1 Schäffel 5 fl. kostet, was kosten 36 Schäffel?

Auflösung:

36 Schäffel kosten offenbar 36mal so viel als ein Schäffel, also 36mal 5 fl., man muß demnach 5 mit 36, oder, was eines ist, 36 mit 5 multiplizieren, wie hier:

Schäffel	fl.	Schäffel
1	5	36
		X 5
		180 fl.

Es kosten also 36 Schäffel unter dieser Bedingung 180 fl.

Probe.

Man sage umgekehrt: was kostet 1 Schäffel, wenn 36 Schäffel 180 fl. kosten?

Weil 1 Schäffel der 36ste Theil von 36 Schäffel ist, so beträgt auch dasselbe den 36sten Theil von 180 fl.; deßwegen setzt man die Aufgabe zur Probe auf nachstehende Weise an, und multiplizirt 180 mit 1, oder, was einfacher ist, mit 1 multiplizirt man gar nicht, und dividirt gleich 180 mit 36, man erhält als Quotienten 5 fl. als den 36sten Theil von 180 fl., wie hier:

Schäffel	fl.	Schäffel
36	180 |	1
	: 36 |	5 fl.
	180 |	

1 Schäffel kostet also wieder 5 fl.

II. Beispiel:

Wenn 1 Elle Tuch 2 fl. 15 kr. kostet, was kosten 48 Ellen?

Auflösung:

48 Ellen kosten 48mal so viel als eine Elle, also 48 mal 2 fl. 15 kr.; man muß demnach 2 fl. 15 kr. mit 48 multipliziren, wie hier:

Elle	fl.	kr.	Ellen
1	2	15	48
	×48	×48	
	96 fl.	120	
	+12 fl.	60	
	108 fl.	720 kr.	12 fl.
		: 60	

48 Ellen kosten also 108 fl.

Probe:

Wenn 48 Ellen 108 fl. kosten, was kostet 1 Elle?

Eine Elle kostet unter dieser Bedingung den 48sten Theil von 108 fl.; deßwegen macht man den Ansatz, und rechnet auf folgende Weise:

Ellen	fl.		Elle
48	108		1
	: 48	2 fl.	
	96		720
			: 48
Rest,	12 fl.		15 kr.
	×60		48
	720 kr.		240
			: 48
			240
			—

Eine Elle kostet also wieder 2 fl. 15 kr.

III. Beispiel:

Wenn 1 Stück 7 fl. 25 kr. 6 hl. kostet, was kosten 32 Stück?

Auflösung:

32 Stück kosten 32mal so viel als ein Stück, also 32mal 7 fl. 25 kr. 6 hl., daher schreibe und rechne man, wie hier:

St.	fl.	kr.	hl.	St.
1	7	25	6	32
	X32	X32	X32	
	224 fl.	50	192 hl.	
	+13 fl.	75	: 8	24 kr.
	237 fl.	: 800 kr.	16	
		+24	32	
		824 kr.	: 8	
		88(24 kr.	13 fl. 32	
		88(0	—	
		Rest, 44 kr.		

32 Stück kosten also 237 fl. 44 kr.

Probe.

Wenn 32 Stück 237 fl. 44 kr. kosten, was kostet 1 Stück?

Ein Stück ist der 32ste Theil von 32 Stück; es kostet also auch den 32sten Theil von 237 fl. 44 kr, und man schreibe und rechne wie hier:

Stück	fl.	kr.	Stück
32	237	44	1
	: 32	7 fl.	
	224	dann 824 kr.	
Rest,	13 fl.	: 32	25 kr.
	X 60	64	
	780 kr.	184	
	+ 44	: 32	
	824 kr.	160	
		Rest, 24 kr.	

endlich Rest 24 kr.

X 8

192 hl | 6 hl.

: 32

192

—

Ein Stück kostet also wieder 7 fl. 25 kr. 6 hl.

IV. Beispiel:

Wenn 1 Pfund Fleisch 5 kr. 4 hl. kostet, was kostet 1 Zentner?

Auflösung:

Weil hier das erste Glied mit dem dritten nicht gleichnamig ist, so reduzire man zuerst den Zentner auf Pfund, er hat 100 Pfund (§. 45.) und sage jetzt: „1 Pfund kostet 5 kr. 4 hl., was kosten 100 Pfund?

Pfund	kr.	hl.	Zentner
1	5	4	1
	×100	×100	×100
	500 kr.	400 hl.	100 Pf.

dann 4℔℔ hl. | 50 kr.
: 8 |

ferner 500 kr.
+50
———————
ℒ | 9 fl.
5 5 (0 kr. |
: ℔ (0
Rest 10 kr.

Ein Zentner kostet also 9 fl. 10 kr.

Probe.

Wenn 1 Zentner 9 fl. 10 kr. kostet, was kostet 1 Pfund?

Hier mache man zuerst den Zentner zu Pfund, er gibt 100 Pfund, und sage: " wenn 100 Pfund 9 fl. 10 kr. kosten, was kostet 1 Pfund?

Zentner	fl.	kr.	Pf.
1	9	10	1
X 100	X 60		
100 Pf.	540 kr.		
	+ 10 kr.		
	550 kr. : 100	5 kr.	
	500		
Rest	50 kr.		
	X 8		
	400 hl. : 100	4 hl.	
	400		

Es kostet also 1 Pfund wieder 5 kr. 4 hl. man hat nämlich hier, weil man 9 fl. und auch 50 kr. mit 100 nicht dividiren konnte, die 9 fl. 10 kr. auf Kreutzer, und dann die 50 kr. auf Häller reduzirt.

V. Beispiel:

Wenn 1 Pfund Schmalz 20 Kreutzer 2 Pfenning kostet, was kosten 75 Pfund?

Auflösung:

75 Pfund kosten 75mal so viel als ein Pfund, also 75mal 20 Kreutzer 2 Pfenning; daher schreibe und rechne man so:

Pfund	kr.		pf.	Pf.
1	20		2	75
	X 75		X 75	
	1500 kr.		150 pf.	
	37 kr.		:4	37 kr.
	1537 kr.		12	
:	60	25 fl.	30	
	120		4	
	337		28	
:	60	Rest	2 pf.	
	300			
Rest	37 kr.			

75 Pfund kosten also 25 fl. 37 kr. 2 Pfenning.

Probe.

Wenn 75 Pfund 25 fl. 37 kr. 2 pf. kosten, was kostet 1 Pfund?

Pfund	fl.	kr.	pf.	Pf.
75	25	37	2	1

Man mache die fl. zu kr. X 60

1500 kr.
+37 kr.

1537 kr. | 75 | 20 kr.
150
Rest 37 kr.

Mache die kr. zu pf. X 4

148 pf.
+2 pf.

Mit 75 dividirt : 150 pf. | 75 | 2 pf.
150

Ein Pfund kostet also wieder 20 kr. 2 pf.

VI. Beispiel:

Wenn man für einen Gulden 135 Eier kauft, wie viel erhält man für 5 fl.?

Auflösung:

Weil 5 Gulden das 5 fache von einem Gulden sind, so erhält man für 5 fl. auch 5 mal 135 Eier; daher schreibe und rechne man so:

fl.	Eier	fl.
1	135	5
	X 5	
	675 Eier.	

Für 5 fl. erhält man also 675 Eier.

Probe.

Für 5 fl. bekömmt man 675 Eier, wie viel erhält man für 1 fl.?

Weil 1 fl. der 5te Theil von 5 fl. ist, so erhält man um 1 fl. den 5ten Theil von 675 Eier; man muß also 675 mit 5 dividiren, wie hier:

fl.	Eier.	fl.
5	675	1
	12 |	
	675 |	135 Eier
:	555 |	

Für 1 Gulden erhält man also wieder 135 Eier.

VII. Beispiel:

Wie viel betragen 37 Kronenthaler, da es

bekannt ist, daß ein Kronenthaler 2 fl. 42 kr. gilt?

Auflösung:

37 Kronenthaler betragen offenbar 37mal 2 fl. 42 kr.; man schreibe demnach:

Krthlr.	fl.	kr.	Krthlr.
1	2	42	37
	X37	X37	
	74 fl.	294	
	+25 fl.	126	
	99 fl.	1554	37
		155(4 kr.	25 fl.
		66(0	
		Rest 54 kr.	

Es geben also 37 Kronenthaler 99 fl. 54 kr., und man müßte noch 6 kr. darzu thun, um 100 fl. zu haben.

Probe.

Wenn 37 Geldstücke gleicher Sorte 99 fl. 54 kr. geben, was gilt eines?

Stück	fl.		kr.	Stück
37	99		54	1
:	37	2 fl.		
	74			
Rest	25			
	X60			
	1500 kr.			
	+54			
	1554 kr.			

1554 kr.	
: 37	42 kr.
148	
74	
: 37	
74	
—	

Ein Stück gilt also 2 fl. 42 kr., und ist deßhalb ein Kronenthaler.

VIII. Beispiel:

Wie viel betragen 25 baierische Mard'ors, da es bekannt ist, daß ein solches Goldstück 7 fl. 20 kr. gilt?

Auflösung:

25 solche Goldstücke betragen 25mal 7 fl. 20 kr; daher setzt man:

Mard.	fl.	kr.	Mard.
1	7	20	25
	×25	×25	
	175 fl.	500 kr.	8 fl.
	+8	: 60	
	183 fl.	480	
		Rest 20 kr.	

Dieselben betragen also 183 fl. 20 kr.

Probe.

Wenn 25 Goldstücke gleicher Sorte 183 fl. 20 kr. geben, was gilt eines?

Stück	fl.	kr.	Stück
25	183	20	1
	: 25	7 fl.	
	175		
Rest	8 fl.	500 kr.	20 kr.
	×60	: 25	
	480 kr.	50	
	+20 kr.	—	
	500 kr.		

Ein Stück gilt also 7 fl. 20 kr., und ist deßhalb ein baierischer Max'or.

§. 66.

Beispiele zur Uebung im Dividiren mit benannten Zahlen bei Regel-Detri-Aufgaben, wenn das mittlere oder letzte Glied nur eine Einheit oder 1 ist.

I. Beispiel:

Wenn 8 Schäffel 48 fl. kosten, was kostet 1 Schäffel?

Auflösung:

Weil 1 Schäffel der 8te Theil von 8 Schäffeln ist, so kostet auch 1 Schäffel den 8ten Theil von 48 fl.; daher muß man 48 fl. mit 8 dividiren, wie hier:

Schäff.	fl.		Schäff.
8	48		1
	: 8	6 fl.	
	48		
	—		

Ein Schäffel kostet also 6 fl.

Probe.

Zur Probe sage man: „wenn 1 Schäffel 6 fl. kostet, was kosten 8 Schäffel?

Schäff.	fl.	Schäff.
1	6	8
	X 8	
	48 fl.	

Es kosten also 8 Schäffel wieder 48 fl.

II. Beispiel:

Wenn 6 Ellen 16 fl. 24 kr. kosten, was kostet 1 Elle?

Auflösung:

Weil eine Elle der 6te Theil von 6 Ellen ist, so kostet eine Elle den 6ten Theil von 16 fl. 24 kr.; man muß also 16 fl. 24 kr. mit 6 dividiren, wie hier:

Ellen	fl.	kr.	Elle
6	16	24	1
: 6	2 fl.	264 kr.	
12		: 6	44 kr.
Rest 4 fl.		24	
X 60		24	
240 kr.		: 6	
+ 24		24	
264 kr.		—	

Eine Elle kostet also 2 fl. 44 kr.

Probe.

Eine Elle kostet 2 fl. 44 kr., was kosten 6 Ellen?

Elle	fl.	kr.	Elle
1	2	44	6

× 6 — × 6

12 kr. + 4 = 16 fl.

26 (4 kr. | 4 fl.
: 6 (0
24
Rest 24 kr.

Es kosten also 6 Ellen wieder 16 fl. 24 kr.

III. Beispiel:

3 Pfund kosten 19 fl. 27 kr. 6 hl., was kostet 1 Pfund?

Auflösung:

Weil 1 Pfund der dritte Theil von 3 Pfund ist, so kostet auch 1 Pfund den 3ten Theil von 19 fl. 27 kr. 6 hl.; daher schreibe man:

Pfund	fl.	kr.	hl.	Pfund
3	19	27	6	1

19 fl. : 3 = 6 fl., Rest 1 fl. × 60 = 60 kr. + 27 = 87 kr.

87 kr. : 3 = 29 kr.

6 hl. : 3 = 2 hl.

Ein Pfund kostet also 6 fl. 29 kr. 2 hl.

Probe.

Wenn 1 Pfund 6 fl. 29 kr. 2 hl. kostet, was kosten 3 Pfund?

Weil 3 Pfund das Dreifache oder Triplum von 1 Pfund sind, so kosten dieselben auch 3mal 6 fl. 29 kr. 2 hl; daher setze man

Pf.	fl.	kr.	hl.	Pf.
1	6	29	2	3
	X 3	X 3	X 3	
	18 fl.	87 kr.	6 hl.	
	+1 fl.	: 60	1 fl.	
	19 fl.	60		
		Rest 27 kr.		

3 Pfund kosten also wieder 19 fl. 27 kr. 6 hl.

IV. Beispiel:

Für 7 kr. kauft man ein Pfund einer gewissen Waare, wie viel Pfund bekömmt man für 7 fl. 21 kr.?

Auflösung:

Hier muß man zuerst die 7 fl. auf Kreutzer reduziren, 7 fl. 21 kr. geben 441 kr., und man stellt die Frage: „wenn man für 7 kr. ein Pfund bekömmt, was bekömmt man für 441 kr.?

kr.	Pf.	fl.	kr.		
7	1	7	21		
		X 60		441	
		420 kr.		: 7	63 Pf.
		+21 kr.		42	
		441 kr.		21	
				: 7	
				21	

Für 7 fl. 21 kr. bekömmt man demnach 63 Pfund.

Probe.

Für 7 fl. 21 kr. bekömmt man 63 Pfund, was bekommt man für 7 kr.?

fl.	kr.	Pfund		kr.
7	21	63		7
X 60		X 7		
420 kr.		441	441	
+21 kr.			: 441	1 Pf.
441 kr.			441	

Für 7 kr. bekömmt man also wieder 1 Pfund.

V. Beispiel:

Ein Pfund kostet 6 fl. 24 kr. was kostet 1 Loth?

Auflösung:

Zuerst reduzire man das Pfund auf Loth, es hat 32 Loth (§. 45.), und sage dann: „wenn 32 Loth 6 fl. 24 kr. kosten, was kostet 1 Loth?

Pfund	fl.	kr.		Loth
1	6	24		1
X 32	X 60		384 kr.	
32 L.	360 kr.		: 32	12 kr.
	+24 kr.		32	
	384 kr.		64	
			: 32	
			64	
			—	

Ein Loth kostet also 12 kr.

Probe.

Wenn 1 Loth 12 kr. kostet, was kostet 1 Pfund?

Hier muß man wieder das Pfund auf Loth reduziren, und am Ende die Kreutzer zu Gulden machen:

Loth	kr.	Pfund
1	12	1

× 32

32 Loth

× 12

64

32

384 kr.

38(4 kr. | 6 fl.

: 6(0

36

Rest 24 kr.

Ein Pfund kostet also wieder 6 fl. 24 kr.

VI. Beispiel:

13 Zentner einer gewissen Waare kosten 52 fl., was kostet 1 Zentner?

Auflösung:

Zentner	fl.		Zentner
13	52		1
	: 13	4 fl.	
	52		

Ein Zentner kostet also 4 fl.

Probe.

Ein Zentner kostet 4 fl., was kosten 13 Zentner?

Zentner	fl.	Zentner
1	4	13

× 13

52 fl.

13 Zentner kosten also wieder 52 fl.

VII. Beispiel:

Wenn 36 Ellen 79 fl. 3 Batzen kosten, was kostet eine Elle?

Auflösung:

Weil ein Gulden 15 Batzen hat, so mache man die 79 fl. durch die Multiplikation mit 15 allererst zu Batzen:

Ellen	fl.	Batzen	Elle
36	79	3	1

× 15

395

79

1185 Batzen

+ 3 B.

1188 Batzen

1188 B. : 36 = 33 B.

108

108

108

33 B. : 15 = 2 fl.

30

Rest 3 Batzen.

Eine Elle kostet also 2 fl. 3 Batzen.

Probe.

Wenn eine Elle 2 fl. 3 Batzen kostet, was kosten 36 Ellen?

Man reduzire zuerst die Gulden auf Batzen:

Elle	fl.	Batzen	Ellen
1	2	3	36
	× 15		× 33
	30 Batzen		108
	+ 3 Batzen		108
	33 Batzen		1188 Batzen

1188 B. : 15 = 79 105 — 138 : 15 = 135 — Rest 3 Batzen.

36 Ellen kosten also wieder 79 fl. 3 Batzen.

VIII. Beispiel:

Wenn 51 Geldstücke von gleicher Sorte 122 fl. 24 kr. betragen, was gilt ein Stück?

Auflösung:

Weil 1 Stück der 51ste Theil von 51 Stücken ist, so muß man die 122 fl. 24 kr. mit 51 dividiren.

Stück	fl.	kr.	Stück	
51	122	24	1	
	: 51	2 fl.	1224 kr.	24 kr.
	102		: 51	
Rest	20		102	
	X 60		204	
	1200		: 51	
	+24		204	
	1224 kr.		—	

Es beträgt also ein Stück 2 fl. 24 kr., das ist, diese Geldstücke waren Baierthaler (§. 45.)

Probe.

Was betragen 51 Baierthaler, da einer 2 fl. 24 kr. gilt?

Auflösung:

Baierthlr.	fl.	kr.	Bthlr.
1	2	24	51
X 51		X 51	
102 fl.		24	
X 20 fl.		120	
122 fl.		1224 kr.	20 fl.
		: 60	
		120	
		Rest 24 kr.	

51 Stück betragen also wieder 122 fl. 24 kr.

§. 67.

Beispiele zur Uebung im Multipliziren und Dividiren bei Regel-Detri-Aufgaben, wenn keines der anfangs gegebenen Glieder eine bloße Einheit oder 1 ist.

I. Beispiel:

Wenn 3 Ellen 12 fl. 36 kr. kosten, was kosten 7 Ellen?

Auflösung:

Wenn 3 Ellen 12 fl. 36 kr. kosten, so kostet eine Elle den 3ten Theil von 12 fl. 36 kr.; also 4 fl. 12 kr., und 7 Ellen kosten 7mal so viel als eine Elle, mithin 7mal 4 fl. 12 kr.

Daraus folgt, daß man bei solchen Aufgaben das zweite Glied mit dem ersten Gliede dividiren, und den erhaltenen Quottenten mit dem dritten Gliede multipliziren soll.

Weil aber immer das nämliche herauskommt, so multiplizirt man dagegen zuerst das zweite Glied mit dem dritten, und dividirt das Produkt mit dem ersten Gliede, wie hier:

Ellen	fl.	kr.	Ellen
3	12	36	7
	X 7	X 7	
	84 fl.	252 kr.	

84 fl.			252 kr.		
: 3	28 fl.		: 3		84 kr.
6	+1 fl.		24		
24	29 fl.		12		
: 3			: 3		
24			12		
—			—		

84 kr.		
: 60	1 fl.	
60		
Rest 24 kr.		

7 Ellen kosten also 29 fl. 24 kr.

Probe.

Zur Probe sage man wieder umgekehrt: „wenn 7 Ellen 29 fl. 24 kr. kosten, was kosten 3 Ellen?

Ellen	fl.	kr.	Ellen
7	29	24	3
	X3	X3	
	87 fl.	72 kr.	

87 fl.		
: 7	12 fl.	
7		
17		
: 7		
14		
Rest 3 fl.		

Rest 3 fl.
X60
180 kr.
+72
252 kr.

252 kr. | 36 kr.
: 7 |
21 |
42
: 7
42
—

3 Ellen kosten also wieder 12 fl. 36 kr.

II. Beispiel:

Für 2 Gulden bekommt man von einer gewissen Waare 4 Pfund 8 Loth; was bekommt man für 9 fl.?

Auflösung:

fl.	Pfund	Loth	fl.
2	4	8	9
	×9	×9	
	36 Pfund	72 Loth	

x
3 fl. = 18 Pfund | x
: 2 + 1 Pfund | 72 L. | 36 L.
19 Pfund

36 L. | 1 Pfund
: 32 |
32 |
Rest 4 Loth.

Für 9 fl. bekommt man also 19 Pfund 4 Loth.

Probe.

Wenn man für 9 Gulden 19 Pfund 4 Loth erhält, was erhält man für 2 Gulden?

fl.	Pfund	Loth	fl.
9	19	4	2
	X2	X2	
	38 Pfund	8 Loth	

38 Pf. : 9 = 36 | 4 Pf.

Rest 2 Pf.

2 Pfund X 32 = 64 Loth + 8 = 72 Loth : 9 = 72 | 8 L.

Für 2 Gulden erhält man also wieder 4 Pfund 8 Loth.

III. Beispiel:

Wenn 4 Pfund 7 fl. 30 kr. kosten, was kosten 11 Pfund?

Auflösung:

Pf.	fl.	kr.	Pf.
4	7	30	11
	X 11	X 11	
	77 fl.	330 kr.	

77 fl. : 4 = 19 fl. Rest 1 fl.
4
37
36
Rest 1 fl.

1 fl. × 60
60 kr.
+ 330 kr.
390 kr.

390 kr. : 4 = 97 $\frac{2}{4}$ kr.
36
30
28
2

endlich

97 $\frac{2}{4}$ kr. : 60 = 1 fl., und 19 fl. + 1 fl. = 20 fl.
60
Rest 37 $\frac{2}{4}$ kr.

Es kosten daher 11 Pfund 20 fl. 37 $\frac{2}{4}$ kr.

Probe.

Wenn 11 Pfund 20 fl. 37 $\frac{2}{4}$ kr. kosten, was kosten 4 Pfund?

Auflösung:

Weil man hier $\frac{2}{4}$ kr., das ist, zwei Viertel eines Kreutzers hat, so muß man auch diese mit 4 multiplizieren; zwei Viertel 4mal genommen ge-

ben 8 Viertel, also 2 ganze Kreutzer, da 4 Viertel ein Ganzes geben. Im übrigen verfährt man, wie vorhin, und zählt die 2 kr. zu den 148 kr., wie hier:

Pf.	fl.	kr.	Pf.
11	20	$37\frac{2}{4}$	4
	X 4	X 4	
	80 fl.	150	
	80 fl.	7 fl.	
	: 11		
	77		
Rest	3 fl.	330 kr.	
	X 60	: 11	30 kr.
	180 kr.	33	
	+ 150 kr.	—	
	330 kr.		

4 Pfund kosten also wieder 7 fl. 30 kr.

IV. Beispiel:

Wenn 8 Zentner einer gewissen Waare 6 fl. 24 kr. 4 hl. kosten, was kosten 5 Zentner der nämlichen Waare:

Auflösung:

Ztr.	fl.	kr.	hl.	Ztr.
8	6	24	4	5
	X 5	X 5	X 5	
	30 fl.	120 kr.	20 hl.	

30 fl. : 8 = 24 | Rest 6 fl. | 3 fl. +1 fl. = 4 fl. | 480 kr. : 8 = 48 | — | 60 kr. = 1 fl.

6 fl. X 60 = 360 kr.
360 kr. + 120 kr. = 480 kr.

20 hl. : 8 = 16 | Rest 4 hl. | 2 hl.

daher $2\frac{4}{8}$ hl.

5 Zentner kosten also 4 fl. $2\frac{4}{8}$ hl., oder 4 fl. $2\frac{1}{2}$ hl.

Probe.

Wenn 5 Zentner 4 fl. $2\frac{4}{8}$ hl. kosten, was kosten 8 Zentner?

Ztr.	fl.	hl.	Ztr.
5	4	$2\frac{4}{8}$	8
	X 8	X 8	
	32 fl.	20 hl.	

32 fl. : 5 = 30 | Rest 2 fl. | 6 fl.

2 fl. X 60 = 120 kr.

120 kr. : 5 = 20 | 20 : 5 = 20 | — | 24 kr.

20 hl. | 4 hl.
: 5 |
20 |
—

8 Zentner kosten also wieder 6 fl. 24 kr. 4 hl.

Anmerkung: 1) Die vorstehenden Auflösungen bei den Beispielen dieses §. sind auch wieder bequemer, als diejenigen wären, bei welchen man zuerst alle Einheiten auf die vorkommende niedrigste Sorte reduziren, und dann erst die Multiplikation und Division vornehmen würde.

2) Bei den vorstehenden zwei letzten Beispielen kommen am Ende Brüche vor. Ohne viele Kenntniß von Brüchen zu haben, wird man leicht die angegebenen Veränderungen verstehen. Daher wird man z. B. bei der letzten Auflösung leicht einsehen, daß $\frac{4}{8}$, das ist, 4 Achtel, 8 mal genommen, 32 Achtel, somit 4 ganze Häller geben, weil 8 Achtel ein Ganzes betragen.

§. 68.

Zeitrechnung:

Unter Zeitrechnung versteht man hier die Berechnung der Daten nach Jahr, Monat, Tag ꝛc., das ist, die Anleitung, nach der man die Zeit von gewissen Begebenheiten berechnet, oder unter gewissen Bedingungen das Alter von Personen, oder die Zeit ihrer Geburt oder ihres Todes angibt. Dabei ist Nachstehendes zu bemerken.

Es wird, wenn das Jahr, das Monat, der Tag ꝛc. noch nicht verflossen ist, allezeit das vorhergehende Jahr, Monat ꝛc. angeschrieben; bei der niedrigsten Ordnung wird die Zahl, welche den Monat, den Tag oder die Stunde ausdrückt,

so geschrieben, wie sie gegeben sind. Die Monate werden der Ordnung nach, wie sie im Kalender auf einander folgen, mit Ziffern bezeichnet, wobei man zugleich bemerken muß, ob es ein Monat von 30 oder 31, und beim Hornung von 28 oder 29 Tagen ist, wie hier:

Namen der Monate mit der Anzahl ihrer Tage.

1. Jäner oder Wintermonat 31 Tage.
2. Februar oder Hornung 28 (29) Tage.
3. März oder Frühlings- (Lenz-) Monat 31 T.
4. April oder Ostermonat 30 Tage.
5. Mai oder Wonnemonat 31 Tage.
6. Juni oder Brachmonat 30 Tage.
7. Juli oder Heumonat 31 Tage.
8. August oder Aerntemonat 31 Tage.
9. September oder Herbstmonat 30 Tage.
10. Oktober oder Weinmonat 31 Tage.
11. November oder Windmonat 30 Tage.
12. Dezember oder Christmonat 31 Tage.

Die Stunden werden von Mitternacht bis wieder zu Mitternacht gezählt; z. B. 1799 den 3ten Mai Abends 7 Uhr, wird so angeschrieben: „1798 Jahr + 4 Monat + 2 Tag + 7 Stunden."

Im Gegentheile müssen so geschriebene Daten jederzeit um ein Jahr, Monat, einem Tag ꝛc. höher gelesen werden; die niedrigste Ordnung wird gelesen, wie sie steht.

I. Beispiel:

Ein Mann ist im Jahre 1712 den 18ten Hor-

nung geboren worden, und starb im Jahre 1809 den 19ten März; wie alt ist er geworden.

Auflösung:

Minuend	1808	J.	+ 2	M.	+ 19	Tag
Subtrahend	1711		1		18	
Rest	97	J.	+ 1	M.	+ 1	Tag.

Weil dieser Rest kein Datum ist, so lese man denselben, wie er da steht, nämlich dieser Mann ist 97 Jahr 1 Monat und 1 Tag alt geworden.

Probe.

Zur Probe sage man: „ein Mann wurde 97 Jahr 1 Monat und 1 Tag alt, und starb den 19ten März 1809; wann war er geboren?

Minuend	1808	J.	+ 2	M.	+ 19	Tag
Subtrahend	97		1		1	
Rest	1711	J.	+ 1	M.	+ 18	Tag

Er wurde also den 18ten Hornung 1712 geboren.

Oder auch: „ein Mann wurde 97 Jahr 1 M. und 1 Tag alt, und wurde den 18ten Hornung 1712 geboren, wann starb er?

Posten {	1711	J.	+ 1	M.	+ 18	Tag
	97		1		1	
Summa	1808	J.	+ 2	M.	+ 19	Tag.

Er starb also den 19ten März 1809 hier mußte man nämlich zur Probe addiren.

II. Beispiel:

Eine Person starb den 30ten August 1808 in einem Alter von 19 Jahren 5 Monaten und 14 Tagen; wann ist dieselbe geboren worden?

Auflösung:

Minuend	1807	J.	+ 7	M.	+ 30	Tag
Subtrahend	19		5		14	
Rest	1788	J.	+ 2	M.	+ 16	Tag.

Dieselbe ist also im Jahre 1789 den 16ten März geboren worden.

Probe.

Zur Probe sage man umgekehrt: „eine Person ist den 16ten März 1789 geboren worden, und in einem Alter von 19 Jahren 5 Monaten und 14 Tagen gestorben; wann ist dieselbe gestorben?

Summanden	1788	J.	+ 2	M.	+ 16	Tag
	19		5		14	
Summe	1807	J.	+ 7	M.	+ 30	Tag.

Dieselbe starb also den 30ten August 1808.

§. 69.

Durchschnittsrechnung.

Unter Durchschnittsrechnung versteht man hier jene Rechnung, bei der man zu mehreren gegebenen Zahlen die mittlere Zahl oder das arithmetische Medium bestimmt. Dabei verfährt man nach dieser Regel:

Man addirt alle gegebenen Zahlen, und dividirt ihre Summe durch die Zahl, welche anzeigt, wie viel Zahlen gegeben sind.

I. Beispiel:

Ein Bediensteter hatte ehemals jährlich 1538 fl. 24 kr. 6 hl., und nachher 1824 fl. 36 kr. 4 hl.; wie groß ist nun der Betrag, wenn man davon die arithmetische Mittelzahl nimmt?

Auflösung:

Summanden { 1538 fl. 24 kr. 6 hl.
1824 fl. 36 kr. 4 hl

Summe = 3363 fl. 1 kr. 2 hl.
halbe Summe 1681 fl. 30 kr. 5 hl.

Im Durchschnitte beträgt also der mittlere Gehalt 1681 fl. 30 kr. 5 hl.; indem man nämlich die Summe beider Zahlen mit 2 dividirte.

II. Beispiel:

Wie viel betragen im fünfjährigen Durchschnitte die Einkünfte einer Pfarrei, wenn sich ihre Erträgnisse beliefen;

„1) im Jahre 1816 auf 840 fl 36 kr. 4 hl.; — 2) 1817 auf 946 fl. 18 kr.; — 3) 1818 auf 1028 fl. 24 kr.; — 4) 1819 auf 920 fl. 30 kr. 4 hl.; — und 5) 1820 auf 734 fl. 12 kr.?

Auflösung:

1) Man zähle die Erträgnisse von diesen 5 Jahren zusammen:

		fl.	kr.	hl.
Summanden	1)	840	36	4
	2)	946	18	—
	3)	1028	24	—
	4)	920	30	4
	5)	734	12	—
Summe	=	4468 fl.	120 kr.	8 hl.
	=	4470 fl.	1 kr.	—

2) Man dividire die Summe 4470 fl. 1 kr. mit 5, man erhält als Quotienten 894 fl. 1 $\frac{3}{5}$ hl; deßwegen betragen die Einkünfte dieser Pfarret im fünfjährigen Durchschnitte 894 fl. 1 $\frac{3}{5}$ hl.

§. 70.

Beispiele zur Uebung in Betreff der Aufgaben dieses Abschnittes ohne die beigefügte Auflösung.

Weil bisher zur Uebung in der Rechnung mit benannten ganzen Zahlen schon mehrere Beispiele aufgelöst wurden, so füge ich nur mehr einige Beispiele ohne die beigefügte Auflösung bei.

1) Was kosten 4 Ellen Leinwand, wenn eine Elle 36 kr. kostet?

2) Was kosten 8 Eimer Bier, wenn die Maaß 3 kr. 2 Pfenning kostet?

3) Was kosten 36 Schäffel Getraid, wenn ein Schäffel 5 fl. 24 kr. kostet?

4) Was kosten 6 Zentner 40 Pfund Schmalz, wenn 1 Pfund 18 kr. kostet?

5) Wie hoch kommen 5 Ellen Tuch, wenn 1 Elle 4 fl. 40 kr. kostet?

6) Was kosten 9 Klafter Holz, wenn 1 Klafter 4 fl. 20 kr. kostet?

7) Was braucht man in einer Haushaltung in einem Jahre, wenn man monatlich 21 fl. 36 kr. ausgibt?

8) Was kosten 6 Zentner einer gewissen Waare, wenn ein Quintl davon 4 hl. kostet?

9) Wie groß ist die jährliche Besoldung, wenn der monatliche Gehalt 66 fl. 40 kr. beträgt?

10) Was kosten 30 Pfund, wenn 4 Pfund 7 fl. 20 kr. kosten?

11) Petrus hat gegenwärtig den 18ten Februar 1822 ein Alter von 20 Jahren 8 Monaten und 24 Tagen; wann ist er geboren?

12) Welcher zehenjährige Durchschnitt ergiebt sich bei einer Pfarrei, wenn sich ihre Einkünfte belaufen:

1) im Jahre 1812 auf 839 fl. 40 kr.; — 2) 1813 auf 749 fl. 36 kr. 4 hl; — 3) 1814 auf 856 fl. 30 kr. 6 hl; — 4) 1815 auf 936 fl. 18 kr. 4 hl.; 5) 1816 auf 954 fl. 38 kr.; — 6) 1817 auf 1094 fl. 35 kr.; — 7) 1818 auf 988 fl. 34 kr. 4 hl.; — 8) 1819 auf 836 fl. 14 kr.; — 9) 1820 auf 894 fl. 10 kr.; — und 10) 1821 auf 812 fl. 13 kr. 4 hl.?

III. Hauptstück.

Von den gemeinen Brüchen.

I. Abschnitt.

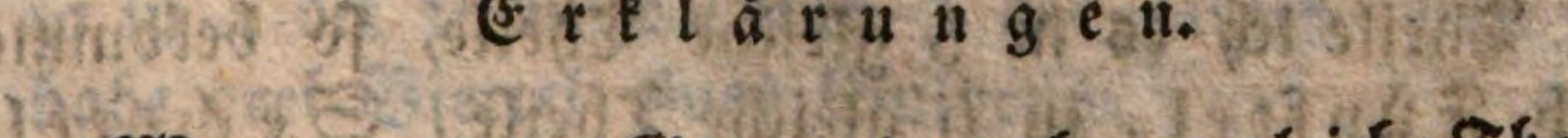
Vorläufige Erklärungen und Aufgaben als Einleitung zu den vier Rechnungsarten mit gemeinen Brüchen.

§. 71.

Erklärungen.

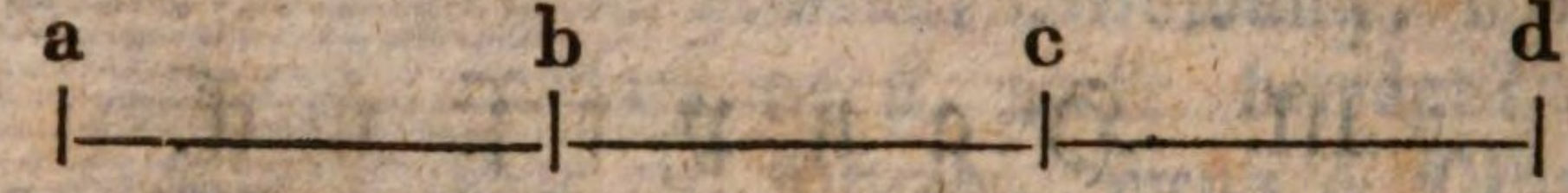
Wenn man ein Ganzes in mehrere gleiche Theile theilet, und dann einen oder mehrere Theile davon nimmt und ausdrückt, so nennt man es eine gebrochene Zahl oder einen Bruch.

Habe ich z. B. eine Linie, so kann ich sie in zwei gleiche Theile theilen, wie hier:



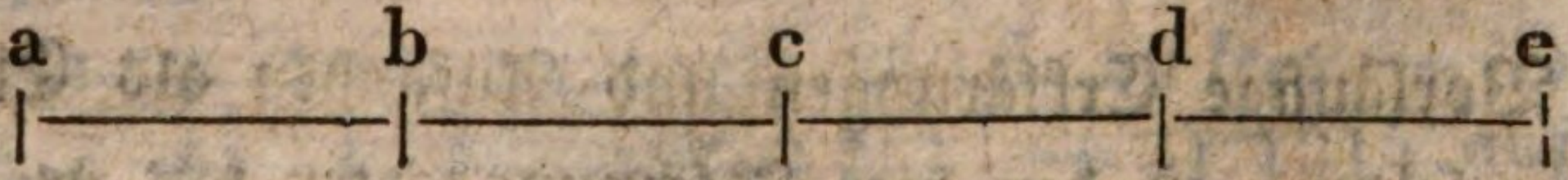
Die eine Hälfte geht von a nach b, und die andere Hälfte von b nach c. Wenn ich also ein Ganzes in zwei gleiche Theile theile, so bekomme ich zwei halbe oder zwei Hälften.

Ich kann auch eine Linie in drei gleiche Theile theilen, wie hier:



Der erste Theil geht von a nach b, der zweyte von b nach c, der dritte von c nach d. Wenn ich also ein Ganzes in drei gleiche Theile theile, so bekomme ich Drittel.

Ich kann ferner eine Linie in 4 gleiche Theile theilen, wie hier:



Der erste Theil geht von a nach b, der zweite von b nach c, der dritte von c nach d, und der vierte von d nach e. Wenn ich also ein Ganzes in vier gleiche Theile theile, so bekomme ich Viertel.

Theile ich es in 5 gleiche Theile, so bekomme ich Fünftel, in 6 gleiche Theile, Sechstel, in 7 gleiche Theile, Siebentel, in 8 gleiche Theile, Achtel, in 9 gleiche Theile, Neuntel, in 10 gleiche Theile, Zehentel, und so fortgesetzt.

Ein Ganzes muß also 2 gleiche Theile haben, wenn ich halbe oder Hälften will, 3 gleiche Theile, wenn ich Drittel will, 4 gleiche Theile, wenn ich Viertel will, 5 gleiche Theile, wenn ich Fünf-

tel, 10 gleiche Theile, wenn ich Zehentel will, 100 gleiche Theile, wenn ich Hundertel will, u. s. f.

Anmerkung: Das Wort „Bruch oder gebrochene Zahl" kömmt vom Worte „brechen, zerbrechen" her; wird nämlich z. B. ein Stab gebrochen oder zerbrochen, so zerfällt er in mehrere Stücke, die seine Theile genannt werden.

§. 72.

Fortsetzung der Erklärungen.

Jeder Bruch muß durch zwei Zahlen ausgedrückt werden, wovon die eine anzeigt, was für Theile vorkommen, und die andere, wie viele solche gleiche Theile zu nehmen sind.

Die Zahl, welche anzeigt, was für Theile da sind, das ist, in wie viel gleiche Theile das Ganze getheilt ist, heißt man Renner, und die Zahl, welche diese Theile zählt, und ihre Anzahl bestimmt, heißt Zähler des Bruches.

Wenn ich einen Gulden in 4 gleiche Theile theile, also Viertel setze, und 3 davon nehme, so ist 4 der Renner, und 3 der Zähler, und ich habe drei Viertel eines Guldens.

Die Brüche werden bezeichnet oder dadurch geschrieben, daß man zuerst den Zähler schreibt, dann einen Querstrich macht, und darunter den Renner schreibt; daher schreibt man drei Viertel so „$\frac{3}{4}$ oder 3/4 oder auch 3⁄4, dabei ist dann 3 der Zähler, dann 4 der Renner, und der horizontale (—), oder schiefe Querstrich (/), oder auch das Zeichen (⁄) das Bruchzeichen;

Weil man jeden Bruch als einen Quotienten betrachten kann, der entsteht, wenn man den Zähler als Dividend durch den Nenner als Divisor theilet, so schreibt man auch den Bruch mit einem Querstriche, welcher das Zeichen der Division ist.

Wenn z. B. bei der Division ganzer Zahlen am Ende 4 übrig bleibt, welches mit 5 nicht mehr getheilt werden kann, so schreibt man 4 über und 5 unter den Querstrich, nämlich $\frac{4}{5}$, wo der Dividend 4 der Zähler, und der Divisor 5 der Nenner ist.

Beim Lesen der Brüche spricht man zuerst den Zähler, und dann den Nenner aus, und fügt dem letzteren die Silbe tel bei, welche so viel heißt als Theil oder Theile. Daher lies't man z. B. $\frac{3}{4}$ oder $\frac{5}{6}$ fl. drei Viertel, oder fünf Sechstel eines Guldens, das ist, drei vierte Theile eines Ganzen, oder fünf sechste Theile eines Guldens, was eben so viel ist, als man soll von einem Ganzen den 4ten Theil 3 mal, oder von einem Gulden den 6ten Theil 5 mal nehmen; deßwegen werden auch nachstehende Brüche so gelesen:

$\frac{1}{2}$, das ist, ein Zweitel oder ein Halbes;
$\frac{2}{3}$, das ist, zwei Drittel;
$\frac{4}{5}$, das ist, vier Fünftel;
$\frac{6}{7}$, das ist, sechs Siebentel;
$\frac{7}{8}$, das ist, sieben Achtel;
$\frac{9}{10}$, das ist, neun Zehentel;
$\frac{5}{100}$, das ist, fünf Hundertel;
$\frac{24}{1000}$, das ist, vier und zwanzig Tausendel ꝛc.

§. 73.

Abtheilung der Brüche.

1) Brüche heißt man eigentliche, ächte Brüche, wenn der Zähler kleiner ist, als der Nenner, weil sie dann dem Werthe nach weniger betragen, als ihr Ganzes; wie z. B. $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$ ꝛc.

2) Brüche heißt man unächte, uneigentliche Brüche, wenn der Zähler so groß oder größer ist als der Nenner, weil sie dann so viel oder mehr als ihr Ganzes betragen; wie z. B. $\frac{4}{4}$, $\frac{6}{4}$ ꝛc.

3) Brüche heißt man gemischte Brüche, wenn ihnen Ganze beigefügt sind; wie z. B. $4\frac{1}{2}$, $5\frac{2}{3}$ ꝛc.

4) Brüche, welche Theile des nämlichen Ganzen ausdrücken, heißt man gleichartig, wenn sie gleiche Nenner, und ungleichartig, wenn sie verschiedene Nenner haben; daher sind $\frac{2}{5}$ fl. und $\frac{4}{5}$ fl. gleichartige, dagegen aber $\frac{2}{3}$ fl. und $\frac{5}{6}$ fl. ungleichartige Brüche.

5) Brüche heißt man gemeine Brüche, oder Brüche überhaupt, wenn sie jeden beliebigen Nenner haben dürfen, wie z. B. $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{4}{5}$ ꝛc; man heißt sie aber zehentheilige oder Dezimalbrüche, wenn sie bestimmt zum Nenner nur 1 mit beigefügten Nullen haben müssen, wie z. B. $\frac{5}{10}$, $\frac{36}{100}$, $\frac{384}{1000}$ ꝛc.

6) Endlich heißt man die Brüche einfach, wenn ihr Nenner und Zähler eine ganze Zahl ist, wie z. B. $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{4}$ ꝛc.; sind aber die Brüche aus einfachen Brüchen zusammengesetzt, und also ihr Zähler oder Nenner, oder beide selbst Brüche, so

heißt man sie doppelte, gebrochene, oder zusammengesetzte Brüche, auch Bruchsbrüche; wie z. B. $\frac{1}{2}$/4, dann $\frac{4}{3}$/5, ferner $\frac{3}{4}$/$\frac{5}{6}$ 2c. das ist, ein Halbviertel, dann 4 getheilt durch $\frac{3}{5}$, und $\frac{3}{4}$ getheilt durch $\frac{5}{6}$.

Anmerkung: 1) Die gebrochenen Brüche oder Bruchsbrüche sind mühsam zu schreiben und zu verstehen; deßwegen wird bei der Division der Brüche gezeigt werden, wie man sie allemal wegschaffen, und in einfache Brüche verwandeln kann.

2) In diesem Hauptstücke werden nur die gemeinen Brüche oder die Brüche überhaupt abgehandelt. Wenn es die Größe des Buches erlaubt, so werde ich am Ende auch die zehentheiligen Brüche vortragen.

Dieselben sind eine Fortsetzung unseres Zahlensystems, und haben den Vortheil, daß man bei ihnen den Nenner nicht anschreiben muß, und man damit beinahe eben so, wie mit ganzen Zahlen, rechnen kann.

§. 74.

Vergrößerung des Werthes eines Bruches.

1) Wenn ich den Nenner eines Bruches unverändert lasse, und den Zähler vergrößere, so vergrößere ich auch dadurch den Werth des Bruches, weil dann immer die nämlichen Theile bleiben, und diese wegen Vergrößerung des Zählers öfters genommen werden. Daher sind $\frac{1}{8}$, $\frac{2}{8}$, $\frac{3}{8}$, $\frac{4}{8}$ 2c. Brüche, derer Werth in eben dem Verhältnisse zunimmt, wie die Zähler größer werden.

2) Wenn ich aber den Zähler unverändert lasse, und dagegen den Nenner verkleinere, so kommen immer größere Theile zum Vorscheine, die, im-

mer gleich oft genommen, einen größeren Werth des Bruches geben; deßwegen sind $\frac{2}{8}$, $\frac{2}{6}$, $\frac{2}{4}$, $\frac{2}{3}$ ꝛc. Brüche, derer Werth in eben dem Verhältnisse zunimmt, als die Nenner abnehmen.

Der Werth eines Bruches eines bestimmten Ganzen wird also von Zähler und Nenner zugleich bestimmt, mit jenem steht er im geraden, mit diesem im verkehrten Verhältnisse, und ein Bruch wird mit einer ganzen Zahl multiplizirt, wenn man entweder den Zähler multiplizirt, oder den Nenner dividirt. Deßhalb ist $\frac{3}{4} \times 2 = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$; ist von einem Gulden die Rede, so betragen 3 Viertel eines Guldens, 2 mal genommen, 6 Viertel, also einen Gulden und 2 Viertel oder 1 fl. 30 kr, und 3 halbe Gulden geben ebenfalls 1 fl. 30 kr., oder einen und einen halben Gulden.

§. 75.

Verminderung des Werthes der Brüche.

1) Wenn ich den Nenner eines Bruches unverändert lasse, und den Zähler vermindere, so vermindere ich dadurch den Werth des Bruches, weil dann die nämlichen Theile nicht mehr so oft genommen werden; daher sind z. B. $\frac{7}{8}$, $\frac{6}{8}$, $\frac{5}{8}$, $\frac{4}{8}$ ꝛc. Brüche, derer Werth im nämlichen Verhältnisse abnimmt, wie die Zähler kleiner werden.

2) Wenn ich aber den Zähler eines Bruches unverändert lasse, und den Nenner vergrößere, so vermindere ich dadurch den Werth des Bruches, weil dann die Theile, je mehr ihrer sind, kleiner werden, und diese kleineren Theile wieder gleich oft genommen werden. Deßwegen sind $\frac{2}{3}$, $\frac{2}{4}$, $\frac{2}{5}$,

$\frac{2}{7}$ ꝛc. Brüche, derer Werth in eben dem Verhältnisse abnimmt, wie die Nenner größer werden.

Daraus folgt nun, daß ein Bruch durch eine ganze Zahl dividirt wird, wenn man entweder den Zähler dividirt, oder den Nenner multiplizirt; deßwegen ist, z. B. $\frac{4}{5}$ fl. : 2 = $\frac{2}{5}$ fl. = $\frac{4}{10}$ fl., weil 4 Fünftel, halb genommen, oder ihre Hälfte, 2 Fünftel, als 24 kr. betragen, und $\frac{4}{10}$ fl. oder 4 Zehentel eines Guldens auch 24 kr. geben.

Aus dem, was in diesem und im vorigen §. gesagt wurde, folgt auch, daß der Werth eines Bruches unverändert bleibt, wenn man Zähler und Nenner mit der nämlichen Zahl multiplizirt, oder beide mit der nämlichen Zahl dividirt. Daher ist $\frac{2}{3} = \frac{2 \times 2}{3 \times 2} = \frac{4}{6}$, und $\frac{4}{8} = \frac{4 : 4}{8 : 4} = \frac{1}{2}$; weil auf diese Weise allemal der Werth des Bruches auf die nämliche Weise vergrößert und verkleinert, oder auf die nämliche Weise verkleinert und vergrößert wird.

§. 76.

Die Bestimmung der vorkommenden Ganzen bei unächten Brüchen.

Will man bei unächten Brüchen, bei welchen der Zähler so groß oder größer ist als der Nenner, die Anzahl der vorhandenen Ganzen wissen, so dividire man den Zähler mit dem Nenner, und der Quotient zeigt dieselben an, der Rest aber gibt als neuer Zähler einen Bruch mit dem vorigen Nenner. Deßwegen ist $\frac{8}{8}$ fl. = 1 fl., dann $\frac{6}{5}$ fl. = 1 $\frac{1}{5}$ fl., ferner $\frac{4}{9}$ = 5 $\frac{4}{9}$ fl. ꝛc., weil zu einem Ganzen 8 Achtel, dann dazu 5 Fünftel, ferner

dazu 9 Neuntel erfordert werden, so oft man also 8 von 8, dann 5 von 6, ferner 9 von 49 wegnehmen kann, so oft hat man ein Ganzes.

Wenn der Zähler dem Nenner gleich ist, so beträgt der Werth des Bruches allemal genau sein Ganzes.

§. 77.

Die Auflösung der Brüche.

Die Auflösung oder Resolution der Brüche geschieht, wenn man den Werth eines Bruches in Einheiten niederer Ordnung angibt.

Um auf diese Weise den Werth des Bruches zu erfahren, multiplizire man den Zähler des Bruches mit der Reduktionszahl, und dividire das Produkt mit dem Nenner, es gibt der Quotient den Werth des Bruches in niederen Einheiten an; bleibt ein Rest, so schreibe man ihn als Zähler, er gibt mit dem vorigen Nenner einen neuen Bruch von den nämlichen niederen Einheiten.

I. Beispiel:

Was betragen $\frac{3}{4}$ Gulden?

Auflösung:

Weil ein Gulden 60 Kreutzer hat (§. 45.), so multiplizire man den Zähler 3 mit 60, oder, was eines ist, 60 mit 3, wie hier:

$$\begin{array}{r} 3 \\ \times\ 60 \\ \hline 180 \end{array}$$

Dann dividire man 180 mit dem Nenner 4, wie hier:

180	
: 4	45 kr.
16	
20	
: 4	
20	
—	

$\frac{3}{4}$ Gulden betragen also 45 kr., oder $\frac{3}{4}$ fl. = 45 kr.

II. Beispiel:

Was betragen $\frac{3}{7}$ Gulden?

Auflösung:

Mit 60 als der Reduktionszahl multiplizire man wieder den Zähler 3, wie hier:

3
× 60
180

Dann dividire man das Produkt 180 mit dem Nenner 7, man erhält 25 und 5 als Rest, dieser gibt $\frac{5}{7}$, wie hier:

180	
: 7	25 $\frac{5}{7}$ kr.
14	
40	
: 7	
35	
Rest 5	

$\frac{3}{7}$ Gulden betragen also 25 $\frac{5}{7}$ Kreutzer, oder $\frac{3}{7}$ fl. = 25 $\frac{5}{7}$ kr.

III. Beispiel:

Was betragen $\frac{5}{7}$ Kreutzer?

Auflösung:

Weil 1 Kreutzer 8 Häller hat, so multiplizire man den Zähler 5 mit 8, und dividire das Produkt 40 mit 7, wie hier:

5	dann	40	
X 8		: 7	5 $\frac{5}{7}$ hl.
40		35	
		Rest 5	

$\frac{5}{7}$ Kreutzer betragen also 5 $\frac{5}{7}$ Häller, oder $\frac{5}{7}$ kr. = 5 $\frac{5}{7}$ Häller.

Den Bruch $\frac{5}{7}$ Häller kann man nicht mehr auflösen, weil der Häller die kleinste Münzsorte ist, und deßhalb $\frac{5}{7}$ Häller nicht mehr zahlbar sind.

IV. Beispiel:

Was betragen $\frac{2}{5}$ Zentner?

Auflösung:

Weil der Zentner 100 Pfund hat, so multiplizire man den Zähler 2 mit 100, und dividire das Produkt 200 mit 5, wie hier:

2	dann	200	
X 100		: 5	40 Pf.
200		20	

$\frac{2}{5}$ Zentner betragen 40 Pfund, oder $\frac{2}{5}$ Zentner = 40 Pfund, oder auch $\frac{2}{5}$ Ct. = 40 Pfund.

V. Beispiel:

Was betragen $\frac{3}{4}$ Mark Silber.

Auflösung:

Weil ein Mark Silber 16 Loth hat (§. 45.), so multiplizire man den Zähler 3 mit 16, oder 16 mit 3, und dividire das Produkt 48 mit 4, wie hier:

3	oder	16	dann	48	12 L.
×16		×3		: 44	
		48			

$\frac{3}{4}$ Mark geben 12 Loth, oder $\frac{3}{4}$ Mark Silber = 12 Loth

VI. Beispiel:

Was betragen $\frac{4}{5}$ Mark Gold?

Auflösung:

Weil ein Mark Gold 24 Karath hat, so multiplizire man den Zähler 4 mit der Reduktionszahl 24, und dividire das Produkt 96 mit 5, wie hier:

4	oder	24	dann	96	19 $\frac{1}{5}$ Kar.
×24		×4		: 5	
		96		46	
				: 5	
				45	
				Rest 1	

$\frac{4}{5}$ Mark Gold betragen also 19 $\frac{1}{5}$ Karath, oder $\frac{4}{5}$ Mark Gold = 19 $\frac{1}{5}$ Karath.

VII. Beispiel:

Was betragen $\frac{2}{3}$ Eimer?

Auflösung:

Weil 1 Eimer 60 Maaß hat (§. 4.) so multiplizire man den Zähler 2 mit 60, und dividire das Produkt 120 mit 3, wie hier:

2	dann	120		
×60		: 3		40 Maaß
120		12		
		—		

$\frac{2}{3}$ Eimer geben also 40 Maaß, oder $\frac{2}{3}$ Eimer = 40 Maaß.

VIII. Beispiel:

Was betragen $\frac{4}{5}$ Monat, und $\frac{3}{8}$ Pfund?

Auflösung:

Weil ein Monat im Durchschnitte 30 Tage hat, und ein Pfund in 32 Loth abgetheilt wird, so multiplizire man den Zähler 4 mit 30, und den Zähler 3 mit 32, und dividire die Produkte mit 5 und 8, wie hier:

4		3		
×30	und	120		24 Tag
120		: 5		

dann

3	oder	32	ferner	96	12 Loth
X 32		X 3		: 88	
96					

Es betragen also $\frac{4}{5}$ Monat 24 Tag, und $\frac{3}{8}$ Pf. 12 Loth, oder $\frac{4}{5}$ Monaten = 24 Tag und $\frac{3}{8}$ Pf. = 12 Loth.

Anmerkung: Wenn sich die Reduktionszahl mit dem Nenner des Bruches ohne Rest dividiren läßt, so könnte man zuerst dieselbe damit dividiren, und dann den Quotienten mit dem Zähler multipliziren. Auf diese Weise findet man z. B. beim Bruche $\frac{3}{4}$ fl., daß er drei vierte Theile eines Guldens beträgt; der 4te Theil von einem Gulden oder von 60 kr. ist 15 kr., und diese, 3 mal genommen, geben 45 kr., oder $\frac{3}{4}$ fl. = (1 fl. : 4) X 3 = (60 kr. : 4) X 3 = 15 kr. X 3 = 45 kr.

Weil aber die Reduktionszahl nicht immer mit dem Nenner des Bruches ohne Rest theilbar ist, so multiplizirt man dagegen zuerst dieselbe mit dem Zähler und dividirt dann auf die angezeigte Weise mit dem Nenner. Deßhalb ist z. B. der Bruch $\frac{3}{4}$ fl. = $\frac{3}{4}$ X 60 kr. = $\frac{180}{4}$ kr. = 45 kr., dann $\frac{2}{5}$ Zentner = $\frac{2}{5}$ X 100 Pf. = $\frac{200}{5}$ Pf. = 40 Pfund, ferner $\frac{2}{3}$ Eimer = $\frac{2}{3}$ X 60 Maaß = $\frac{120}{3}$ Maaß = 40 Maaß ꝛc.

§. 78.

Erklärungen zur Verkleinerung der Brüche.

1) Unter der Verkleinerung oder Abkürzung der Brüche versteht man hier die Verrichtung, wodurch Brüche ohne Veränderung ihres Werthes in kleineren Zahlen ausgedrückt werden,

und dieses kann man thun, wenn man eine Zahl weiß, welche den Zähler und den Nenner ohne Rest dividirt; eine solche Zahl heißt man dann das gemeine Maaß des Zählers und Nenners; daher kann man z. B. $\frac{1}{2}$ fl. anstatt $\frac{30}{60}$ fl. sagen, weil 30 zu 30 und 60 ein gemeines Maaß ist, das ist, diese beiden Zahlen ohne Rest dividirt, und dadurch der Bruch $\frac{30}{60}$ fl. verkleinert wird, daß man ihn ohne Veränderung des Werthes in den Bruch $\frac{1}{2}$ fl. verwandelt.

2) Gibt es für den Zähler und Nenner auser 1 keine Zahl mehr, welche beide ohne Rest dividirt, so nennt man sie relative Primzahlen, und die Zahl das größte gemeine Maaß, welche den Zähler und Nenner so dividirt, daß die Quotienten relative Primzahlen werden; daher ist im vorigen Beispiele 30 das größte gemeine Maaß zu 30 und 60, weil die Quotienten 1 und 2 relative Primzahlen sind.

3) Ist eine Zahl nur durch 1 und durch sich selbst theilbar, wie 3, 7, 11, 13 ꝛc., so nennt man selbe eine Primzahl an sich oder schlechthin eine Primzahl; kann man aber eine Zahl noch durch andere Zahlen theilen, so heißt sie eine zusammengesetzte Zahl, wie 8, 12, 24, 36 ꝛc.

§. 79.

Regeln zur Verkleinerung der Brüche.

1) Wenn das letzte oder niedrigste Ziffer zur rechten Seite durch 2, 5 oder 10 (im letzten Falle muß das niedrigste Ziffer Null sein) ohne Rest

theilbar ist, so ist die Zahl selbst durch 2, 5 oder 10 ohne Rest theilbar; z. B. 548 ist durch 2, dann 735 durch 5, und 840 durch 10 theilbar, weil 8 durch 2, dann 5 durch 5 und 40 durch 10 theilbar ist, und deßhalb 548: 2 = 274, dann 735 : 5 = 147, und 840: 10 = 84, wo diese drei Quotienten genau ganze Zahlen sind.

2) Läßt sich die Summe des rechts an der Stelle der Einer stehenden Ziffers und des gegen die linke Seite hin stehenden doppelten Ziffers durch 4 ohne Rest theilen, so ist die ganze Zahl durch 4 ohne Rest theilbar; daher ist z. B. 524 durch 4 theilbar, weil $4 + 2 \times 2 = 8$ durch 4 ohne Rest theilbar ist, und der Quotient 131 ist genau eine ganze Zahl, indem 524 : 4 = 131.

3) Addirt man alle Ziffern nur nach ihrem natürlichen Werthe, und läßt sich die Summe durch 3 oder 9 ohne Rest theilen, so ist die ganze Zahl durch 3 oder 9 theilbar; z. B. 51 ist durch 3 theilbar, und 51 : 3 = 17, weil 5 + 1 = 6, und 6 : 3 = 2; eben so ist 63954 durch 9 theilbar, und 63954 : 9 = 7106, weil 6 + 3 + 9 + 5 + 4 = 27, und 27 : 9 = 3.

§. 80.

Beispiele über die Verkleinerung der Brüche nach den so eben angeführten Regeln.

I. Beispiel:

Man verkleinere den Bruch $\frac{22}{238}$.

Auflösung:

Die letzten Ziffer dieser zwei Zahlen, nämlich 6 und 8 sind durch 2 ohne Rest theilbar, deßwegen kann man diesen Bruch mit 2 verkleineren, wenn man Zähler und Nenner mit 2 dividirt, wie hier:

226	113	dann	238	119
: 222			: 222	

Man erhält den neuen Bruch $\frac{113}{113}$, der kleinere Zahlen hat, und dem Werthe nach dem vorigen gleich ist, indem $\frac{226}{238} = \frac{226 : 2}{238 : 2} = \frac{113}{119}$.

II. Beispiel:

Man verkleinere den Bruch $\frac{68}{76}$.

Auflösung:

Wenn man 8 zum doppelten von 6, das ist, zu 12 zählt, so erhält man 20 und 20 ist durch 4 ohne Rest theilbar; wenn man ferner 6 zum doppelten von 7, das ist, zu 14 addirt, so erhält man wieder 20, welche Zahl durch 4 ohne Rest theilbar ist, da 20 : 4 = 5.

Deßwegen kann man diesen Bruch mit 4 verkleinern, wenn man den Zähler 68, und den Nenner 76 mit 4 dividirt, wie hier:

68	17	dann	76	19
: 44			: 44	

Man erhält den neuen Bruch $\frac{1}{1}\frac{7}{9}$, der kleinere Zahlen hat, und dem Werthe nach dem vorigen $\frac{6}{7}\frac{8}{6}$ gleich ist, indem $\frac{6}{7}\frac{8}{6} = \frac{68 : 4}{76 : 4} = \frac{1}{1}\frac{7}{9}$.

III. Beispiel:

Man verkleinere die Brüche $\frac{6}{6}\frac{0}{5}$ und $\frac{2}{4}\frac{9}{1}\frac{0}{0}$.

Auflösung:

Der Bruch $\frac{6}{6}\frac{0}{5}$ läßt sich durch 5, und der Bruch $\frac{2}{4}\frac{9}{1}\frac{0}{0}$ läßt sich durch 10 verkleinern, da $60 : 5 = 12$, und $65 : 5 = 13$, ferner $290 : 10 = 29$ und $410 : 10 = 41$; man erhält die neuen Brüche $\frac{1}{1}\frac{2}{3}$ und $\frac{2}{4}\frac{9}{1}$, welche dem Werthe nach den vorigen gleich sind, das ist, $\frac{6}{6}\frac{0}{5} = \frac{1}{1}\frac{2}{3}$ und $\frac{2}{4}\frac{9}{1}\frac{0}{0} = \frac{2}{4}\frac{9}{1}$.

IV. Beispiel:

Man verkleinere die Brüche $\frac{3}{3}\frac{3}{5}\frac{9}{1}$ und $\frac{1}{3}\frac{7}{6}\frac{1}{9}$.

Auflösung:

Der Bruch $\frac{3}{3}\frac{3}{5}\frac{9}{1}$ läßt sich durch 3 verkleinern, weil $3 + 3 + 9 = 15$, und $15 : 3 = 5$, dann $3 + 5 + 1 = 9$, und $9 : 3 = 3$; verkleinert man wirklich, so erhält man den neuen Bruch $\frac{1}{1}\frac{1}{1}\frac{3}{7}$, der dem vorigen $\frac{3}{3}\frac{3}{5}\frac{9}{1}$ gleich ist, da $339 : 3 = 113$, dann $351 : 3 = 117$, und deßhalb $\frac{3}{3}\frac{3}{5}\frac{9}{1} = \frac{1}{1}\frac{1}{1}\frac{3}{7}$.

Der Bruch $\frac{1}{3}\frac{7}{6}\frac{1}{9}$ läßt sich durch 9 verkleinern, weil $1 + 7 + 1 = 9$, und $9 : 9 = 1$, dann $3 + 6 + 9 = 18$, und $18 : 9 = 2$; verkleinert man wirklich, so erhält man den neuen

Bruch $\frac{19}{41}$, der dem vorigen $\frac{17}{36}\frac{1}{9}$ dem Werthe nach gleich ist, da 171 : 9 = 19, dann 369 : 9 = 41, und deßhalb $\frac{17}{36}\frac{1}{9} = \frac{19}{41}$.

Anmerkung: Durch die Verkleinerung der Brüche drückt man sie, ohne Veränderung ihres Werthes, in kleineren Zahlen aus, was den Vortheil hat, daß man ihren Werth leichter erkennt, und man dann mit ihnen viel bequemer rechnen kann.

Bei gewissen Aufgaben muß man auch in der Absicht die Brüche verkleineren, daß man genau wieder den anfangs da gewesenen Bruch erhält, der gewöhnlich in der zweiten Rechnung beim nämlichen Werthe in grösseren Zahlen erscheint.

§. 81.

Die Bestimmung des größten gemeinen Maaßes des Zählers und Nenners, um jeden Bruch auf die mögliche Weise verkleinern zu können.

Um allemal zu finden ob ein Bruch, und mit welcher Zahl er verkleinert werden kann, verfahre man auf diese Weise:

1) Ist der Bruch unächt, so ziehe man zuerst die Ganzen heraus, daß man einen ächten Bruch erhält, wo der Zähler kleiner ist, als der Nenner;

2) Die größere Zahl, den Nenner, dividire man mit der kleineren Zahl, dem Zähler; bleibt kein Rest, so ist eben der Zähler das größte gemeine Maaß, mit dem man den Bruch verkleinern kann;

3) Bleibt aber ein Rest, so dividire man mit diesem den vorigen Divisor, und setze dieses Verfahren so lange fort, bis man einmal bei der Division keinen Rest mehr bekommt;

4) Derjenige Divisor, der einmal seinen Dividend ohne Rest dividirt, ist das größte gemeine Maaß, mit dem man den Bruch verkleinern kann: kömmt am Ende die Zahl 1 als das größte gemeine Maaß heraus, so ist es ein Zeichen, daß man nicht verkleinern kann.

I. Beispiel:

Man soll den Bruch $\frac{4}{5}\frac{5}{5}\frac{6}{1}$ verkleinern.

Auflösung:

1) Weil dieser Bruch ächt, und deßhalb bei ihm der Zähler kleiner ist, als der Nenner, so dividire man den Nenner 551 mit 456, wie hier:

Dividend	551	1 erster Quotient;
	: 456	
	456	
erster Rest	95	

2) Den Divisor 456 dividire man mit dem Reste 95, wie hier:

Dividend	456	4 zweiter Quotient;
Divisor	: 95	
	380	
zweiter Rest	76	

3) Den Divisor 95 dividire man mit dem Reste 76, wie hier:

Dividend	95	1	dritter Quotient
Divisor	: 76		
	76		
dritter Rest	19		

4) Endlich dividire man den Divisor 76 mit 19, es bleibt kein Rest, weßhalb 19 das größte gemeine Maaß zu 456 und 551 ist, das ist, mit 19 kann man den Bruch so verkleineren, daß dann keine Verkleinerung mehr möglich ist;

Dividend	76	4	Vierter Quotient
Divisor	: 19		
	76		
kein Rest	—		

Stellt man diese Divisionen der Kürze wegen zusammen, so steht die Auflösung so da:

551	1
: 456	
456	
95	4
380	
76	1
76	
19	4
76	
—	

5) Man dividire jetzt den Zähler 456 und den Nenner 551, man erhält als Quotienten die Zah-

len 24 und 29, daher erhält man den neuen Bruch $\frac{2}{2}\frac{4}{9}$ welcher dem Werthe nach dem vorigen $\frac{4}{5}\frac{5}{5}\frac{6}{1}$ gleich ist, wie hier:

456			551		
: 19	24	dann	: 19	29	
38			38		
76			171		
: 19			: 19		
76			171		
—			—		

Weßhalb $\frac{4}{5}\frac{5}{5}\frac{6}{1} = \frac{456 : 19}{551 : 19} = \frac{2}{2}\frac{4}{9}$.

II. Beispiel:

Man untersuche, ob sich der Bruch $\frac{2}{2}\frac{4}{9}$ nicht mehr verkleinern läßt.

Auflösung:

1) Man dividire 29 mit 24,

29	
: 24	1
24	
5	

2) Den Divisor 24 dividire man mit dem Reste 5,

24	
: 5	4
20	
4	

5) Endlich dividire man den Divisor 5 mit dem Reste 4,

	5	
:	4	1
	4	
Rest	1	

Weil 1 als Rest bleibt, so kann man den Bruch $\frac{2}{3}\frac{4}{9}$ nicht mehr verkleinern.

III. Beispiel:

Man soll den Bruch $\frac{2}{1}\frac{1}{0}\frac{8}{0}\frac{4}{0}$ verkleinern.

Auflösung:

1) Weil man einen ächten Bruch hat, so dividire man den Nenner 10080 mit dem Zähler 2184,

	10080	
:	2184	4
	8736	
	1344	

2) Den Divisor 2184 dividire man mit dem Reste 1344,

	2184	
:	1344	1
	1344	
	840	

3) Den Divisor 1344 dividire man mit dem Reste 840,

1344		
: 840	1	
840		
504		

4) Den Divisor 840 dividire man mit dem Reste 504,

840		
: 504	1	
504		
336		

5) Den Divisor 504 dividire man mit dem Reste 336,

504		
: 336	1	
336		
168		

Endlich den Divisor 336 dividire man mit dem Reste 168;

336		
: 168	2	
336		
—		

Weil hier kein Rest mehr bleibt, so ist 168 das verlangte größte gemeine Maaß, mit dem man den

Bruch verkleinern kann, was man auch kürzer auf diese Weise findet:

	10080	4
:	2184	
	8736	
	1344	1
	1344	
	840	1
	840	
	504	1
	504	
	336	1
	336	
	168	2
	336	
	—	

6) Mit dem gefundenen gemeinen Maaße 168 dividire man den Zähler 2184 und den Nenner 10080, man erhält beim ersteren die Zahl 13 als den neuen Zähler, und beim letzteren die Zahl 60 als den neuen Nenner, und deßhalb den neuen Bruch $\frac{13}{60}$, welcher dem vorigen Bruche $\frac{2184}{10080}$ gleich ist, wie hier:

2184	
: 168	13, neuer Zähler.
168	
504	
: 168	
504	
—	

10080	
: 168	60, neuer Nenner.
1008	
—	

Weßhalb $\frac{2}{10}\frac{1}{0}\frac{3}{8}\frac{4}{0} = \frac{1}{5}\frac{3}{0}$.

7) Zur Probe kann man untersuchen, ob sich $\frac{1}{5}\frac{3}{0}$ nicht mehr verkleinern läßt, was auch wirklich der Fall ist, weil man 1 zum größten gemeinen Maaße erhält, wie man hier sieht:

60	4
: 13	
52	
8	1
8	
5	1
5	
3	1
3	
2	1
2	
Rest 1	

Anmerkung: 1) Der Deutlichkeit wegen kann man beim schriftlichen Rechnen die Produkte bei Aufsuchung des größten gemeinen Maaßes ausstreichen, weil man sie nicht mehr braucht. 2) Mehrere Beispiele werden zur Uebung in der Folge bei den Regel-Detrie-Aufgaben mit Brüchen vorkommen, wo man diese letzteren verkleinern muß.

§. 82.

Die Verwandlung ganzer Zahlen in Brüche, und der Brüche in Brüche mit einem anderen Nenner.

1) Will man ganze Zahlen in Brüche verwan-

deln, und es ist kein bestimmter Nenner gegeben, so schreibe man die ganze Zahl als Zähler, mache das Bruchzeichen, den Querstrich, und schreibe darunter 1 als beliebigen Nenner; daher z. B. verwandelt sich 6 in den Bruch $\frac{6}{1}$, dann 8 in den Bruch $\frac{8}{1}$ ꝛc.

2) Ist ein bestimmter Nenner gegeben, so multiplizire man mit diesem die ganze Zahl, schreibe das Produkt als Zähler, und den gegebenen Nenner als Nenner des verlangten Bruches; daher gibt z. B. die Zahl 8, wenn 6 als Nenner bestimmt ist, den Bruch $\frac{48}{6}$, weil $8 \times 6 = 48$, somit $8 = \frac{8 \times 6}{6} = \frac{48}{6}$, eben so gibt 12, wenn 4 als Nenner bestimmt ist, den Bruch $\frac{48}{4}$, weil $12 \times 4 = 48$, folglich $12 = \frac{12 \times 4}{4} = \frac{48}{4}$.

3) Wenn Ganze den Brüchen beigefügt sind, und man somit gemischte Zahlen hat, so werden die Brüche eingerichtet, wenn man die Ganzen zu einem Bruche mit dem nämlichen Nenner macht, und dann beide Brüche zusammen zählt.

Die Einrichtung der Brüche geschieht nach der Regel:

Die Ganzen multiplizire man mit dem Nenner des angehängten Bruches, zähle dessen Zähler zum Produkte, setze diese Summe als Zähler, und den vorigen Nenner als Nenner des neuen Bruches.

Daher verwandelt sich der gemischte Bruch $2\frac{1}{2}$ in den Bruch $\frac{5}{2}$, weil 2 ganze 4 halbe, und 1 halbes dazu, 5 halbe geben; eben so verwandelt

sich $4\frac{2}{3}$ in $\frac{14}{3}$, weil 4 Ganze 12 Drittel, und diese mit 2 Drittel, zusammen 14 Drittel geben; in jenem Beispiele ist $2 \times 2 + 1 = 5$, und deßhalb $2\frac{1}{2} = \frac{5}{2}$, und in diesem ist $4 \times 3 + 2 = 12 + 2 = 14$, und deßhalb $4\frac{2}{3} = \frac{14}{3}$.

4) Soll man endlich Brüche in Brüche mit einem anderen Nenner verwandeln, so multiplizirt man den Zähler des ersten Bruches mit dem neuen Nenner, dividirt das Produkt mit dem alten Nenner des Bruches, und es gibt der Quotient den neuen Zähler, unter welchen dann der gegebene Nenner geschrieben wird.

Soll man daher z. B. den Bruch $\frac{3}{4}$ ohne Veränderung des Werthes in einen anderen Bruch verwandeln, der den Nenner 60 hat, so multiplizirt man 3 mit 60, es gibt 180, dieses Produkt dividirt man mit 4, man erhält 45 als neuen Zähler, und dadurch den neuen Bruch mit dem Nenner 60, das ist, $\frac{45}{60}$, welcher dem vorigen Bruche $\frac{3}{4}$ dem Werthe nach gleich ist, oder $\frac{45}{60}$ ist $= \frac{3}{4}$.

Ist z B. der Bruch $\frac{1}{8}$ in einen Bruch mit dem Nenner 100 zu verwandeln, so multiplizire man 1 mit 100, und dividire 100 mit 8, man erhält $12\frac{4}{8}$ oder $12\frac{1}{2}$, und schreibe darunter 100 als Nenner, wodurch der Bruch $\frac{12\frac{1}{2}}{100}$ zum Vorscheine kommt, der so viel gilt als $\frac{1}{8}$, indem $\frac{1}{8} = \frac{1}{8} \times \frac{100}{100} = \frac{100}{8.100} = \frac{12\frac{4}{8}}{100} = \frac{12\frac{1}{2}}{100}$, das ist, $\frac{1}{8} = \frac{12\frac{1}{2}}{100}$, da so Zähler und Nenner mit der nämlichen Zahl 100 multiplizirt werden.

§. 83.

Regeln, nach welchen Brüche in Brüche von gleichen Nennern verwandelt werden.

Wenn man keine Abkürzung der Rechnung anbringen kann oder will, so verfährt man, um allen Brüchen ohne Veränderung des Werthes den nämlichen Nenner zu geben, auf diese Weise:

1) Man multiplizirt alle Nenner unter sich, das Produkt gibt den gemeinschaftlichen oder General-Nenner, den alle Brüche erhalten;

2) Um bei jedem Bruche für diesen Nenner den entsprechenden Zähler zu bekommen, dividirt man allemal den General Nenner mit dem Nenner, und multiplizirt den Quotienten mit dem Zähler eines jeden Bruches; es gibt das erhaltene Produkt jederzeit den verlangten neuen Zähler.

I. Beispiel:

Man bringe die Brüche $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{4}{5}$ und $\frac{6}{7}$ auf einen Nenner.

Auflösung:

1) Man multiplizire alle vier Nenner unter sich, und sage, 2 mal 3 ist 6, dann 5 mal 6 ist 30, und 7 mal 30 ist 210, das ist, $2 \times 3 \times 5 \times 7 = 210$; es ist das Produkt 210 der General-Nenner.

2) Diesen gemeinschaftlichen Nenner 210 dividire man allemal mit dem Nenner, und multiplizire den Quotienten mit dem Zähler, um die neuen Zähler zu erhalten.

Dieses letztere kann füglich so geschehen:

Man schreibe oben den General-Nenner 210, bilde sich durch drei abwärts gezogene Linien-Spalten, schreibe links herab die gegebenen Brüche, dann in die erste Spalte den jedesmaligen Quotienten, und in die zweit folgende Spalte das Produkt, das allemal der neue Zähler ist. Rechts schreibt man dann wieder die ersten Brüche nebst den neuen, in die man sie verwandelt hat, wie hier:

	General-Nenner. 210		
$\frac{1}{2}$	105	105	also ist $\frac{1}{2} = \frac{105}{210}$,
$\frac{2}{3}$	70	140	" " $\frac{2}{3} = \frac{140}{210}$,
$\frac{4}{7}$	42	168	" " $\frac{4}{7} = \frac{168}{210}$, und
$\frac{6}{7}$	30	180	" " $\frac{6}{7} = \frac{180}{210}$.

Man sagt nämlich beim ersten Bruche $\frac{1}{2}$, 2 in 210 geht 105 mal, und 1 mal 105 ist 105, dadurch erhält man den neuen Bruch $\frac{105}{210}$, welcher so viel gilt als $\frac{1}{2}$; beim zweiten Bruche $\frac{2}{3}$ sagt man:

3 in 210 geht 70 mal, und 2 mal 70 ist 140, dadurch erhält man den neuen Bruch $\frac{140}{210}$, welcher so viel gilt, als $\frac{2}{3}$; beim dritten Bruche $\frac{4}{7}$ sagt man 5 in 210 geht 42 mal, und 4 mal 42

ist 168, dadurch erhält man den neuen Bruch $\frac{1}{2}\frac{6}{1}\frac{8}{0}$, welcher so viel gilt als $\frac{4}{7}$; endlich beim vierten Bruche $\frac{6}{7}$ sagt man:

7 in 210 geht 30 mal, und 6 mal 30 ist 180, dadurch erhält man den neuen Bruch $\frac{1}{2}\frac{8}{1}\frac{0}{0}$, welcher so viel gilt als der Bruch $\frac{6}{7}$, weil man auf diese Weise beim ersten Bruch Zähler und Nenner mit der nämlichen Zahl 105, beim zweiten mit 70, beim dritten mit 42, uud beim vierten mit 30 multiplizirt hat, wodurch der Werth der Brüche nicht verändert wird.

II. Beispiel:

Man bringe die Brüche $\frac{2}{3}$, $\frac{4}{5}$, $\frac{3}{7}$, $\frac{8}{11}$ und $\frac{12}{13}$ unter gleichen Nenner.

Auflösung:

1) Man multiplizire alle Nenner unter sich, und sage, 3 mal 5 ist 15, dann 7 mal 15 ist 105, ferner 11 mal 105 ist 1155, und 13 mal 1155 ist 15015; das erhaltene Produkt 15015 ist der General-Nenner;

2) Mit dem Nenner eines jeden Bruches dividire man den General Nenner, und multiplizire allemal den Quotienten mit den Zählern der Brüche, um die neuen Zähler zu erhalten, auf die Art, wie man es beim I. Beispiele so eben machte:

	General-Nenner. 15015	
$\frac{2}{3}$	5005	10010
$\frac{4}{5}$	3003	12012
$\frac{3}{7}$	2145	6435
$\frac{8}{11}$	1365	10920
$\frac{12}{13}$	1155	13860

also ist $\frac{2}{3} = \frac{10010}{15015}$,

" " $\frac{4}{5} = \frac{12012}{15015}$,

" " $\frac{3}{7} = \frac{6435}{15015}$,

" " $\frac{8}{11} = \frac{10920}{15015}$, und

" " $\frac{12}{13} = \frac{13860}{15015}$

Anmerkung: 1) Weil diese Verfahrungsweise beim vorigen Beispiele ausführlich gezeigt wurde, so durfte ich hier die Auflösung schon kürzer darstellen.

2) In den älteren Auflagen dieses Buches wird die Regel gegeben, daß man allemal vorhin den Zähler des Bruches mit dem General-Nenner multiplizirt, und dann erst das Produkt mit den Nennern der Brüche dividirt. Es ist aber bequemer, wenn man vorhin, wie ich es eben zeigte, den General-Nenner dividirt, und dann erst multiplizirt, weil man allemal den General-Nenner mit den Nennern der Brüche ohne Rest dividiren kann.

§. 84.

Regeln in Betreff der nämlichen Aufgabe mit Abkürzungen.

Nach der im vorigen §. angegebenen Weise könnte man den Brüchen allemal gleiche Nenner geben.

Es läßt sich aber diese Verrichtung in vielen Fällen abkürzen, wenn man eine Zahl weiß, oder ausfindig machen kann, die durch alle Nenner ohne Rest theilbar ist. Man verfahrt dann auf diese Weise:

1) Wenn man zum voraus schon eine Zahl weiß, die durch alle Nenner ohne Rest theilbar ist, so nimmt man diese Zahl als General-Nenner an, und verfährt dann, wie im vorigen §., um die neuen Zähler zu finden.

2) Wenn der größte Nenner durch alle übrigen Nenner ohne Rest theilbar ist, so nimmt man diesen als General-Nenner an, und verfährt dann bei der Bestimmung der Zähler auf die nämliche Art.

3) Trifft endlich keiner dieser zwei Fälle ein, so verfahre man auf nachstehende Art, um die möglichst kleinste Zahl zu finden, die durch alle Nenner ohne Rest theilbar ist:

a) Man suche zu den Nennern ein gemeines Maaß, das ist, eine Zahl, die mehrere Nenner, wenigstens zwei, ohne Rest, dividirt;

b) Man dividire wirklich, schreibe die Quotienten herunter, und auch diejenigen Nenner, unverändert, die sich nicht ohne Rest theilen lassen;

c) Bei den dadurch erhaltenen Zahlen verfahre man eben so, und dividire so lange durch ein gemeines Maaß, bis man zuletzt relative Primzahlen erhält, für die es kein gemeines Maaß mehr gibt;

d) Die zuletzt erhaltenen Zahlen, und alle gebrauchten Maaße oder Divisoren multiplizire man mit einander, es gibt das Produkt den verlangten General-Nenner, zu dem man auf die im vorigen §. angezeigte Weise die neuen Zähler sucht.

I. Beispiel:

Man gebe den Brüchen $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{6}$ und $\frac{3}{8}$ gleiche Nenner.

Auflösung:

Man sieht gleich zum voraus, daß 24 oder 48 ꝛc. die Zahl ist, die man durch alle Nenner ohne Rest theilen kann, man nehme also 48, oder, was besser ist, die kleinere Zahl 24 als General-Nenner, und verfahre zur Bestimmung der neuen Zähler auf die angezeigte Weise:

	General-Nenner. 24		
$\frac{1}{2}$	12	12	also ist $\frac{1}{2} = \frac{12}{24}$,
$\frac{2}{3}$	8	16	" " $\frac{2}{3} = \frac{16}{24}$,
$\frac{3}{4}$	6	18	" " $\frac{3}{4} = \frac{18}{24}$,
$\frac{5}{6}$	4	20	" " $\frac{5}{6} = \frac{20}{24}$, und
$\frac{3}{8}$	3	9	" " $\frac{3}{8} = \frac{9}{24}$.

In diesem Falle kann man auch dadurch die neuen Zähler geschwind finden, daß man gleich im Kopfe dividirt und multiplizirt; der Deutlichkeit wegen will ich in die Mitte oben den General-

Nenner, und dann allemal zu den Brüchen der Quotienten hinschreiben, mit dem man jederzeit den Zähler multipliziren muß, wie hier:

General-Nenner 24,

Quotienten	12	8	6	4	3
gegebene Brüche	$\frac{1}{2}$,	$\frac{2}{3}$,	$\frac{3}{4}$,	$\frac{5}{6}$,	$\frac{3}{8}$,
neue Brüche	$\frac{12}{24}$,	$\frac{16}{24}$,	$\frac{18}{24}$,	$\frac{20}{24}$,	$\frac{9}{24}$.

II. Beispiel:

Man bringe die Brüche $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{4}$, $\frac{3}{8}$, $\frac{7}{16}$, $\frac{19}{32}$ und $\frac{17}{64}$ auf gleiche Nenner.

Auflösung:

Hier ist der größte Nenner 64 durch alle übrigen Nenner ohne Rest theilbar, deßwegen nehme man 64 als General-Nenner an, und suche die neuen Zähler, wie hier:

General-Nenner. 64		
$\frac{1}{2}$	32	32
$\frac{2}{4}$	16	32
$\frac{5}{8}$	8	40
$\frac{7}{16}$	4	28
$\frac{19}{32}$	2	38
$\frac{17}{64}$	1	17

also ist $\frac{1}{2} = \frac{32}{64}$,
" " $\frac{2}{4} = \frac{32}{64}$,
" " $\frac{5}{8} = \frac{40}{64}$,
" " $\frac{7}{16} = \frac{28}{64}$,
" " $\frac{19}{32} = \frac{38}{64}$,
" " $\frac{17}{64} = \frac{17}{64}$,

Bei solchen Fällen bleibt der Bruch unverändert, der den größten Nenner hat; kurz kann man es, wie vorhin, auch so machen:

General-Nenner 64.

Quotienten	32	16	8	4	2	1
gegebene Brüche	$\frac{1}{2}$,	$\frac{2}{4}$,	$\frac{5}{8}$,	$\frac{7}{16}$,	$\frac{19}{32}$,	$\frac{17}{64}$,
neue Brüche	$\frac{32}{64}$,	$\frac{32}{64}$,	$\frac{40}{64}$,	$\frac{28}{64}$,	$\frac{38}{64}$,	$\frac{17}{64}$.

III. Beispiel:

Man gebe den Brüchen $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{8}$, $\frac{7}{10}$, $\frac{9}{12}$, $\frac{7}{16}$ und $\frac{10}{20}$ gleiche Nenner.

Auflösung:

1) Man suche zu den Nennern ein gemeines Maaß, das ist, eine Zahl, die mehrere davon, wenigstens zwei, ohne Rest theilt; man kann die Zahl 2 nehmen; damit dividire man alle Nenner, und schreibe die Quotienten nebst jenen Zahlen herab die sich nicht ohne Rest theilen lassen; die Zahl 1 schreibe man aber nicht als Quotienten, wie hier, ausser zuletzt:

Die Nenner:

2	2, 3, 4, 8, 10, 12, 16, 20,	
	1, 3, 2, 4, 5, 6, 8, 10,	oder
	3, 2, 4, 5, 6, 8, 10;	

2) Man wähle wieder ein gemeines Maaß, etwa 3, und dividire, wie vorhin:

Die neuen Zahlen:

3	3, 2, 4, 5, 6, 8, 10,
	1, 2, 4, 5, 2, 8, 10, oder
	2, 4, 5, 2, 8, 10,

3) Man wähle ein gemeines Maaß, etwa wieder 2, und dividire, wie vorhin:

Die neuen Zahlen:

2	2, 4, 5, 2, 8, 10,
	2, 5, 4, 5,

4) Man wähle wieder ein gemeines Maaß, etwa 5, und dividire, wie vorhin:

Die neuen Zahlen:

5	2, 5, 4, 5,
	2, 4,

5) Endlich wähle man nochmal 2 als gemeines Maaß, und dividire, wie vorhin, das letzte mal kann man 1 als Quotient schreiben:

2	2, 4,
	1, 2,

Schreibt man diese Zahlen zusammen, so erhält man nachstehende Uebersicht der vorgenommenen Divisionen:

2	2, 3, 4, 8, 10, 12, 16, 20,
3	3, 2, 4, 5, 6, 8, 10,
2	2, 4, 5, 2, 8, 10,
5	2, 5, 4, 5,
2	2, 4,
	1; 2,

6) Die zuletzt erhaltenen Zahlen 1 und 2, und die gebrauchten Maaße oder Divisoren 2, 5, 2, 3 und 2 multiplizire man mit einander, indem man sagt, 1 mal 2 ist 2, zweimal 2 ist 4, viermal 5 ist 20, zweimal 20 ist 40, dreimal 40 ist 120, und 2 mal 120 ist 240; das erhaltene Produkt 240 ist der General-Nenner, den man mit allen Nennern der Brüche ohne Rest theilen kann.

7) Auf die in den vorausgehenden §. §. gezeigte Weise suche man jetzt zum General-Nenner die neuen Zähler, wie hier:

240		
$\frac{1}{2}$	120	120
$\frac{2}{3}$	80	160
$\frac{3}{4}$	60	180
$\frac{5}{8}$	30	150
$\frac{7}{10}$	24	168
$\frac{9}{12}$	20	180
$\frac{7}{16}$	15	105
$\frac{11}{20}$	12	132

also ist $\frac{1}{2} = \frac{120}{240}$,
" " $\frac{2}{3} = \frac{160}{240}$,
" " $\frac{3}{4} = \frac{180}{240}$,
" " $\frac{5}{8} = \frac{150}{240}$,
" " $\frac{7}{10} = \frac{168}{240}$,
" " $\frac{9}{12} = \frac{180}{240}$,
" " $\frac{7}{16} = \frac{105}{240}$, und
" " $\frac{11}{20} = \frac{132}{240}$.

Oder auch so: General-Nenner 240,

Quotienten 120, 80, 60, 30, 24, 20, 15, 12,
gegeb. Brüche $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{8}$, $\frac{7}{10}$, $\frac{9}{12}$, $\frac{7}{18}$, $\frac{11}{20}$,
neue Br. $\frac{120}{240}$, $\frac{160}{240}$, $\frac{180}{240}$, $\frac{150}{240}$, $\frac{168}{240}$, $\frac{180}{240}$, $\frac{105}{240}$, $\frac{132}{240}$.

Anmerkung: Wie das vorstehende dritte Beispiel aufgelöst wurde, eben so kann man in vielen die Auflösung bewerkstelligen, besonders wenn mehrern Brüchen ohne Veränderung des Werthes ein gleicher Nenner zu geben ist, damit man sie, wie man spater sehen wird, addiren kann.

II. Abschnitt.

Die vier Spezies oder Rechnungsarten mit gemeinen Brüchen.

§. 85.

Regeln der Addition der Brüche.

1) Wenn die Brüche keine gleiche Nenner haben, so gebe man ihnen auf die im vorigen Abschnitte gezeigte Weise gleiche Nenner, ohne daß der Werth der Brüche verändert wird;

2) Haben alle Brüche gleiche Nenner, so bringe man ihre Zähler in eine Summe, und schreibe unter diese Summe als Nenner den General Nenner der Brüche, es ist der neue Bruch die verlangte Summe aller gegebenen Brüche;

3) Ist diese Summe ein unächter Bruch, wo der Zähler so groß oder größer ist als der Nenner, so ziehe man die ganzen heraus, indem man den

Zähler mit dem Nenner dividirt: bleibt ein Rest, so setze man diesen mit dem vorigen Nenner bruchartig den gefundenen Ganzen (Einheiten) bei;

4) Sind endlich den Brüchen Ganze beigefügt, so addire man zuerst die Brüche; enthalten diese einige Ganze, so zähle man sie zu den Ganzen, und bringe dann diese letztern in eine Summe.

I. Beispiel:

Jemand verliert im Spiele $\frac{1}{2}$ fl., $\frac{2}{3}$ fl., $\frac{3}{4}$ fl., $\frac{5}{6}$ fl. und $\frac{3}{8}$ fl.; wie groß ist der ganze Verlust?

Auflösung:

1) Man gebe diesen Brüchen zuerst gleiche Nenner, wie es im vorigen §. bei der Auflösung des I. Beispieles geschehen ist, man erhält die Brüche $\frac{12}{24} + \frac{16}{24} + \frac{18}{24} + \frac{20}{24} + \frac{9}{24}$ anstatt $\frac{1}{2} + \frac{2}{3} + \frac{3}{4} + \frac{5}{6} + \frac{3}{8}$;

2) Man bringe die Zähler dieser Brüche in eine Summe, man findet, daß $12 + 16 + 18 + 20 + 9 = 75$;

3) Diese Summe schreibt man als Zähler, und den General-Nenner darunter als Nenner, man erhält den Bruch $\frac{75}{24}$ als die verlangte Summe;

4) Bei diesem unächten Bruche ziehe man die Ganzen heraus, indem man 75 mit 24 dividirt, wie hier:

$$\begin{array}{r|l} 75 & \\ :\ 24 & 3 \text{ Ganze, und } \frac{3}{24} \text{ oder } \frac{1}{8}. \\ 72 & \\ \hline \text{Rest } 3 & \end{array}$$

Es beträgt also die verlangte Summe $3\frac{3}{4}$ fl. oder $3\frac{1}{8}$ fl., weil man den Bruch $\frac{3}{4}$ mit 3 verkleinern kann, das ist,

$\frac{1}{2}$ fl. + $\frac{2}{3}$ fl. + $\frac{3}{4}$ fl. + $\frac{5}{6}$ fl. + $\frac{3}{8}$ fl = $\frac{12}{24}$ fl.
+ $\frac{16}{24}$ fl. + $\frac{18}{24}$ fl. + $\frac{20}{24}$ fl. + $\frac{9}{24}$ fl. = $\frac{75}{24}$ fl.
= $3\frac{3}{24}$ fl. = $3\frac{1}{8}$ fl., oder $\frac{1}{2}$ fl. + $\frac{2}{3}$ fl. +
$\frac{3}{4}$ fl. + $\frac{5}{6}$ fl. + $\frac{3}{8}$ fl. = $3\frac{1}{8}$ fl.

Wenn man nach der im §. 84. angezeigten Art die Brüche auf gleiche Nenner bringt, so hat man den Vortheil, daß man in der letzten Spalte rechts alle Zähler des General-Nenners unter einander zu stehen bekommt, die man dann bequem zusammen zählen kann; auch ist es nicht nothwendig, daß man allemal, wie es da zur rechten Seite geschieht, die alten Brüche den neuen gleich schreibt, daher kann man kurz so diese Brüche addiren:

	General-Nenner. 24	
$\frac{1}{2}$	12	12
$\frac{2}{3}$	8	16
$\frac{3}{4}$	6	18
$\frac{5}{6}$	4	20
$\frac{3}{8}$	3	9

Zählersumme = 75

Theilung des Zählers 75 durch den Nenner 24,

75 | : 24 | 72 | $3\frac{3}{24}$ fl. = $3\frac{1}{8}$ fl.

Rest 3, weßhalb $3\frac{1}{8}$ fl. die verlangte Summe, oder der ganze Verlust ist.

II. Beispiel:

Man addire $\frac{1}{9}$, $\frac{2}{9}$, $\frac{4}{9}$, $\frac{5}{9}$, und $\frac{7}{9}$.

Auflösung:

Weil diese Brüche schon gleiche Nenner haben, so bringe man alle ihre Zähler in eine Summe, es ist $1 + 2 + 4 + 5 + 7 = 19$, das ist, alle Zähler betragen 19, und deßwegen ist die verlangte Summe der Bruch $\frac{19}{9}$, welcher $2\frac{1}{9}$ beträgt, wenn man nämlich die ganzen heraus: zieht, das heißt

$\frac{1}{9} + \frac{2}{9} + \frac{4}{9} + \frac{5}{9} + \frac{7}{9} = \frac{19}{9} = 2\frac{1}{9}$.

III. Beispiel:

Man dividire die Brüche $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{8}$, $\frac{7}{10}$, $\frac{9}{12}$, $\frac{7}{16}$, und $\frac{11}{20}$.

Auflösung:

Wie es im §. 84 beim III. Beispiele geschehen ist, bringe man diese Brüche unter gleiche Nen: ner, zähle dann in der letzten Spalte alle Zähler der neuen Brüche zusammen, und dividire ihre Summe mit dem General: Nenner, um auch die ganzen zu bestimmen, wie hier:

General-Nenner 240		
$\frac{1}{2}$	120	120
$\frac{2}{3}$	80	160
$\frac{3}{4}$	60	180
$\frac{5}{8}$	30	150
$\frac{7}{10}$	24	168
$\frac{9}{12}$	20	180
$\frac{7}{16}$	15	105
$\frac{11}{20}$	12	132

Zählersumme = 1195

Theilung des Zählers:

1195 : 240 = $4\frac{235}{240} = 4\frac{47}{48}$

Rest 235

Die ganze Summe dieser Brüche beträgt also $4\frac{235}{240}$, oder $4\frac{47}{48}$, weil man den Bruch $\frac{235}{240}$ mit 5 verkleinern kann.

Das ist, $\frac{1}{2} + \frac{2}{3} + \frac{3}{4} + \frac{5}{8} + \frac{7}{10} + \frac{9}{12} + \frac{7}{16} + \frac{11}{20} = 4\frac{235}{240} = 4\frac{47}{48}$.

IV. Beispiel:

Jemand gibt aus $12\frac{3}{4}$ fl. dann $22\frac{3}{4}$ fl. und $36\frac{2}{3}$ fl.; was beträgt die ganze Ausgabe?

Auflösung:

1) Man schreibe diese drei Summanden oder Posten untereinander, und zähle zuerst die Brüche

zusammen; ihr General-Nenner ist 60, 5 mal 4 ist nämlich 20, und 3 mal 20 ist 60, oder das Produkt aller drei Nenner ist $5 \times 4 \times 3 = 60$;

Ganze aus den Brüchen +2

$12\frac{3}{5}$ fl.
$22\frac{3}{4}$:
$36\frac{2}{3}$:

$72\frac{5}{60}$ fl. $= 72\frac{1}{12}$ fl.

	60	
$\frac{3}{5}$	12	36
$\frac{3}{4}$	15	45
$\frac{2}{3}$	20	40
	Zählers.	= 125

Addition der Brüche. Ihre Summe ist $= \frac{125}{60}$ fl. $= 2\frac{5}{60}$ fl. $= 2\frac{1}{12}$ fl. $= 2$ fl. 5 kr.

da man den Bruch mit 5 verkleineren kann.

125	$2\frac{5}{60}$ fl. $= 2\frac{1}{12}$ fl.
: 60	$=$ 2 fl. 5 kr.
120	
Rest, 5	

Daher ist $12\frac{3}{5}$ fl. + $22\frac{3}{4}$ fl. + $36\frac{2}{3}$ fl. $=$ $72\frac{5}{60}$ fl. $= 72\frac{1}{12}$ fl.

§. 86.

Regeln der Subtraktion der Brüche.

1) Wenn die Brüche keine gleiche Nenner haben, so gebe man ihnen allererst ohne Veränderung ihres Werthes, wie bei der Addition, gleiche Nenner;

2) Sobald sie gleiche Nenner haben, ziehe man den Zähler des Subtrahends vom Zähler des Mi-

nuends ab, und schreibe den Rest als Zähler, den General-Nenner aber als Nenner des neuen Bruches, der den verlangten Rest der beiden Brüche anzeigt;

3) Soll man gemischte Zahlen subtrahiren, so subtrahire man zuerst auf diese Weise die Brüche von einander, und dann die Ganzen: kann man die Brüche nicht abziehen, so entlehne man beim Minuend ein Ganzes, mache es zu einem Bruche mit dem nämlichen Nenner, und nehme dann die Subtraktion vor;

4) Besteht der Minuend und der Subtrahend aus mehreren Theilen, so bringe man zuerst die Theile des Minuends in eine Summe, und dann die Theile des Subtrahends, und nehme dann die Subtraktion vor;

5) Sobald die Brüche gleiche Nenner haben, erkennt man, daß jener Bruch der größere ist, der den größeren Zähler hat, und daraus kann man dann ermessen, ob man bei gemischten Brüchen einen Bruch von einem anderen abziehen kann.

I. Beispiel:

Man subtrahire $\frac{2}{5}$ von $\frac{3}{5}$.

Auflösung:

Diese Brüche haben schon gleiche Nenner, daher sage man, 2 von 3 bleibt 1, man erhält also $\frac{1}{5}$ als den verlangten Rest, das ist, wenn man durch das Zeichen (—) die Subtraktion anzeigt,

Minuend $\frac{3}{5}$ oder $\frac{3}{5} - \frac{2}{5} = \frac{1}{5}$.
Subtrahend $\frac{2}{5}$
Rest $\frac{1}{5}$,

II. Beispiel:

Man subtrahire $\frac{3}{4}$ von $\frac{5}{6}$.

Auflösung:

Weil diese Brüche verschiedene Nenner haben, so gebe man ihnen allererst gleiche Nenner; 4 mal 6 gibt 24, es ist also 24 der General-Nenner, oder 12, weil auch 12 durch 6 und 4 ohne Rest theilbar ist; man suche dazu die neuen Zähler, und subtrahire diese, wie hier:

	24	
$\frac{5}{6}$	4	20
$\frac{3}{4}$	6	18

Zählerrest = 2, also $\frac{2}{24}$ als Rest der Brüche.

oder

	12	
$\frac{5}{6}$	2	10
$\frac{3}{4}$	3	9

Zählerrest = 1, also $\frac{1}{12}$ als Rest der Brüche.

Das ist,

Minuend	$\frac{5}{6}$	= $\frac{20}{24}$	= $\frac{10}{12}$,	oder $\frac{5}{6}$ — $\frac{3}{4}$
Subtrahend	$\frac{3}{4}$	= $\frac{18}{24}$	= $\frac{9}{12}$,	= $\frac{20}{24}$ — $\frac{18}{24}$
Rest		= $\frac{2}{24}$	= $\frac{1}{12}$.	= $\frac{2}{24}$ = $\frac{1}{12}$

III. Beispiel:

Petrus schuldet 476 $\frac{5}{8}$ fl., und zahlt daran 218 $\frac{1}{2}$ fl. was bleibt er noch schuldig?

Auflösung:

Zuerst subtrahire man die Brüche von einander, man kann für sie 8 als General Renner annehmen, weil 8 durch 2 ohne Rest theilbar ist:

$$\begin{array}{rcl} & \frac{5}{8} & = \frac{5}{8} \\ - & \frac{1}{2} & = \frac{4}{8} \\ \hline \text{Rest der Brüche} & & = \frac{1}{8}. \end{array}$$

Jetzt subtrahire man auch die ganzen von einander, ihr Rest ist 258; deßwegen schuldet Petrus noch $258\frac{1}{8}$ fl., wie hier ersichtlich ist:

$$\begin{array}{ll} \text{Minuend} & 476\frac{5}{8} \text{ fl.} \\ \text{Subtrahend} & 218\frac{1}{2} \text{ fl.} \\ \hline \text{Rest} = & 258\frac{1}{8} \text{ fl.} \end{array}$$

Das ist, $476\frac{5}{8}$ fl. — $218\frac{1}{2}$ fl. = $258\frac{1}{8}$ fl.

IV. Beispiel:

Ein Bauer hat $18\frac{1}{2}$ Schäffel Gilt zu liefern, er gibt aber nur $12\frac{5}{6}$ Schäffel ab; mit wie viel bleibt er noch im Reste?

Auflösung:

1) Zur Subtraktion der beiden Brüche bringe man zuerst diese auf einen gleichen Renner, als solchen kann man 6 annehmen, da 6 durch 2 ohne Rest theilbar ist, wie hier:

$$\frac{1}{2} - \frac{5}{6} = \frac{3}{6} - \frac{5}{6};$$

2) Man kann $\frac{5}{6}$ von $\frac{3}{6}$ nicht abziehen, deßhalb entlehne man von 18 ein ganzes, dieses hat 6 Sechstel, und 3 Sechstel geben 9 Sechstel, davon 5 Sechstel abgezogen geben als Rest 4 Sechstel, das $\frac{4}{6}$, oder $\frac{2}{3}$, weil man den Bruch $\frac{4}{6}$ mit 2 verkleinern kann, das ist

$$1\frac{3}{6} - \frac{5}{6} = \frac{9}{6} - \frac{5}{6} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}.$$

3) Zieht man endlich die 12 ganzen Schäffel von den jetzt noch übrigen 17 ab, so erhält man 5; es sind also noch $5\frac{2}{3}$ Schäffel abzugeben, das ist,

$$18\frac{1}{2}\text{ Sch.} - 12\frac{5}{6}\text{ Sch.} = 3\frac{2}{3}\text{ Schäffel.}$$

V. Beispiel:

Jemand nimmt ein $206\frac{1}{2}$ fl., dann $405\frac{2}{3}$ fl., ferner $38\frac{3}{4}$ fl. und $105\frac{4}{5}$ fl., und gibt aus $86\frac{1}{3}$ fl., dann $124\frac{1}{5}$ fl., ferner $24\frac{3}{8}$ fl. und $12\frac{7}{10}$ fl.; wie viel ist von der Einnahme übrig gebliebeu?

Auflösung:

1) Zuerst bringe man alle vier Einnahmen als die Theile des Minuends in eine Summe:

$+ 2$

$206\frac{1}{2}$ fl.
$405\frac{2}{3}$ "
$38\frac{3}{4}$ "
$105\frac{4}{5}$ "

$756\frac{43}{60}$ fl. die ganze Einnahme.

	60	
$\frac{1}{2}$	30	30
$\frac{2}{3}$	20	40
$\frac{3}{4}$	15	45
$\frac{4}{5}$	12	48

Zählersumme = 163

163 | 2 $\frac{4}{6}\frac{3}{0}$ fl.
: 60 |
120 |
Rest, 43

2) Man bringe alle vier Ausgaben als die Theile des Subtrahends in eine Summe:

+1
86 $\frac{1}{3}$ fl.
124 $\frac{1}{5}$ "
24 $\frac{3}{8}$ "
12 $\frac{7}{1\,0}$ "
247 $\frac{7}{1}\frac{3}{2\,0}$ fl. die ganze Ausgabe.

	240	
$\frac{1}{3}$	80	80
$\frac{1}{5}$	48	48
$\frac{3}{8}$	30	90
$\frac{7}{1\,0}$	24	168

Zählersumme = 386

386 |
: 240 | $1\,\frac{1}{2}\frac{4}{4}\frac{6}{0} = 1\,\frac{7}{1}\frac{3}{2\,0}$.
240 |
146

3) Man subtrahire jetzt die ganze Ausgabe 247 $\frac{7}{1}\frac{3}{2\,0}$ fl. von der ganzen Einnahme 756 $\frac{4}{6}\frac{3}{0}$ fl., weil diese größer als jene ist:

Einnahme 757 $\frac{4}{6}\frac{3}{0}$ fl.
Ausgabe 247 $\frac{7}{1}\frac{3}{2\,0}$ fl.
Rest = 509 $\frac{1}{1}\frac{3}{2\,0}$ fl.

$\frac{4}{6}\frac{3}{0} - \frac{7}{1}\frac{3}{2\,0} = \frac{8}{1}\frac{6}{2\,0} - \frac{7}{1}\frac{3}{2\,0}$
$= \frac{1}{1}\frac{3}{2\,0}$.

Von der Einnahme bleiben also noch übrig 509 $\frac{13}{120}$ fl.

§. 87.

Regeln der Multiplikation der Brüche.

1) Wenn man bloße oder ungemischte Brüche mit einander zu multipliziren hat, so multiplizire man Zähler mit Zähler, und Nenner mit Nenner, setze das erste Produkt als Zähler, und das zweite Produkt als Nenner des neuen Bruches;

2) Soll man einen Bruch mit einer ganzen Zahl multipliziren, so kann man entweder nach der schon angegebenen Regel mit der ganzen Zahl den Zähler multipliziren oder den Nenner dividiren, oder man kann die ganzen zu einem Bruche machen, die Zahl 1 als Nenner darunter schreiben, und dann auf die vorige Weise verfahren;

3) Soll man eine ganze Zahl mit einem Bruche multipliziren, so mache man jene auf die nämliche Art zu einem Bruche, und verfahre dann, wie vorhin;

4) Sind gemischte Brüche mit einander zu multipliziren, so richte man diese vorhin ein, indem man die ganzen auch zu einem Bruche macht, und verfahre dann auf die angezeigte Art;

5) Sind endlich mehr als zwei Brüche, oder auch mehrere Brüche und ganze Zahlen mit einander zu multipliziren, so mache man die ganzen Zahlen mittels des Nenners 1 zu Brüchen, richte die gemischten Brüche ein, und multiplizire dann alle Zähler, und eben so alle Nenner unter sich.

I. Beispiel:

Man multiplizire $\frac{3}{4}$ mit $\frac{7}{8}$.

Auflösung:

Man sage, 3 mal 7 ist 21, und 4 mal 8 ist 32, man schreibe 21 als Zähler, und 32 als Nenner des neuen Bruches $\frac{21}{32}$, der das verlangte Produkt ist, das ist,

$$\frac{3}{4} \times \frac{7}{8} = \frac{3 \times 7}{4 \times 8} = \frac{21}{32}.$$

II. Beispiel:

Man multiplizire $\frac{4}{5}$ mit 6, und 8 mit $\frac{2}{3}$.

Auflösung:

1) Anstatt 6 schreibe man $\frac{6}{1}$, und sage, 4 mal 6 ist 24, und 1 mal 5 ist 5, daher ist $\frac{24}{5}$, oder $4\frac{4}{5}$ das verlangte erste Prodokt, da

$$\frac{4}{5} \times 6 = \frac{4}{5} \times \frac{6}{1} = \frac{24}{5} = 4\frac{4}{5}.$$

2) Anstatt 8 schreibe man $\frac{8}{1}$, und sage, 8 mal 2 ist 16, und 1 mal 3 ist 3, daher ist $\frac{16}{3}$ oder $5\frac{1}{3}$ das verlangte zweite Produkt, da

$$8 \times \frac{2}{3} = \frac{8}{1} \times \frac{2}{3} = \frac{16}{3} = 5\frac{1}{3}.$$

IV. Beispiel:

Man multiplizire $5\frac{2}{3}$ mit $4\frac{1}{2}$.

Auflösung:

1) Man richte die Brüche zuerst ein, und

sage, 5 mal 3 ist 15, und dazu 2 ist 17, das ist, $5\frac{2}{3}$ geben $\frac{17}{3}$, oder $5\frac{2}{3} = \frac{17}{3}$, ferner, 4 mal 2 ist 8, und 1 ist 9, das ist, $4\frac{1}{2}$ geben $\frac{9}{2}$, oder $4\frac{1}{2} = \frac{9}{2}$;

2) Die beiden erhaltenen Brüche $\frac{17}{3}$ und $\frac{9}{2}$ multiplizire man mit einander, indem man 17 mit 9, und dann 3 mit 2 multiplizirt; das erste Produkt, oder 17×9, gibt 153, und das zweite, oder 3×2, gibt 6, weßhalb man $\frac{153}{6}$, oder $25\frac{3}{6} = 25\frac{1}{2}$ zum verlangten Produkte der beiden gegebene Brüche $5\frac{2}{3}$ und $4\frac{1}{2}$ erhält; das ist,

$$5\tfrac{2}{3} \times 4\tfrac{1}{2} = \tfrac{17}{3} \times \tfrac{9}{2} = \tfrac{153}{6} = 25\tfrac{3}{6} = 25\tfrac{1}{2},$$

mithin ist $5\frac{2}{3} \times 4\frac{1}{2} = 25\frac{1}{2}$.

V. Beispiel:

Man multiplizire die Brüche $\frac{2}{3}$ dann $\frac{4}{5}$ und $\frac{6}{7}$ mit einander.

Auflösung:

Man könnte den ersten Bruch $\frac{2}{3}$ mit $\frac{4}{5}$, und das erhaltene Produkt mit $\frac{6}{7}$ multipliziren; man multiplizire dagegen alle drei Zähler 2, dann 4 und 6 miteinander, und sage 2 mal 4 ist 8, und 8 mal 6 ist 48, das ist, $2 \times 4 \times 6 = 48$.

Ferner multiplizire man die drei Nenner 3, dann 5 und 7 mit einander, und sage, 3 mal 5 ist 15, und 7 mal 15 ist 105, das ist, $3 \times 5 \times 7 = 105$.

Das erste Produkt 48 setze man als Zähler, und das zweite Produkt 105 als Nenner des neuen Bruches $\frac{48}{105}$, oder, weil man mit 3 verkleinern

kann, $\frac{16}{35}$, welcher das verlangte Produkt der drei gegebenen Brüche ist, das heißt,

$$\frac{2}{3} \times \frac{4}{5} \times \frac{6}{7} = \frac{2 \times 4 \times 6}{3 \times 5 \times 7} = \frac{48}{105} = \frac{16}{35}.$$

VI. Beispiel:

Man multiplizire die Zahlen $\frac{2}{3}$, dann 6, ferner $4\frac{5}{9}$, und $\frac{7}{8}$ mit einander.

Auflösung:

1) Man mache die ganze Zahl 6 zu einem Bruche, und richte den gemischten Bruch $4\frac{5}{9}$ ein, indem man $\frac{6}{1}$ anstatt 6, und $\frac{41}{9}$ anstatt $4\frac{5}{9}$ schreibt;

2) Man multiplizire jetzt, wie vorhin, die vier Brüche $\frac{2}{3}$, dann $\frac{6}{1}$, ferner $\frac{41}{9}$ und $\frac{7}{8}$ mit einander, man findet als Produkt aller Zähler die Zahl 3444, und als das Produkt aller Nenner die Zahl 216, deßwegen ist $\frac{3444}{216}$, oder $15\frac{204}{216} = 15\frac{51}{54}$ das verlangte Produkt der vier gegebenen Zahlen, indem sich der Bruch $\frac{204}{216}$ mit 4 verkleinern läßt; das heißt, wenn man auch den Punkt (.) wie das Kreutz (×) als Multiplikationszeichen gebraucht,

$$\frac{2}{3} \times 6 \times 4\frac{5}{9} \times \frac{7}{8} = \frac{2}{3} \times \frac{6}{1} \times \frac{41}{9} \times \frac{7}{8} = \frac{2.6.41.7}{3.1.9.8} = \frac{3444}{216} = 15\frac{204}{216} = 15\frac{51}{54}.$$

§. 88.

Regeln der Division der Brüche.

1) Wenn man bloße Brüche mit einander zu dividiren hat, so multiplizire man den Zähler des Dividends mit dem Nenner des Divisors, und den Zähler des Divisors mit dem Nenner des Dividends, und setze das erste Produkt als Zähler, und das zweite als Nenner des neuen Bruches, welcher der verlangte Quotient ist;

2) Soll man einen Bruch mit einer ganzen Zahl dividiren, so verfahre man entweder auf die schon angezeigte Art, indem man den Zähler mit der ganzen Zahl dividirt, oder den Nenner damit multiplizirt, oder man mache mittels der Zahl 1 die ganze Zahl zu einem Bruche, und verfahre auf die vorige Weise;

3) Soll man eine ganze Zahl mit einem Bruche dividiren, so mache man jene zu einem Bruche, indem man darunter das Bruchzeichen und 1 als Nenner schreibt, und dann verfahre man auf die bei Nro. 1. angezeigte Art;

4) Soll man endlich gemischte Brüche mit einander dividiren, so richte man die Brüche zuerst ein, indem man auch die ganzen zu Brüchen macht, und dann verfahre man nach der bei Nro. 1. angegebenen Regel.

I. Beispiel:

Man dividire $\frac{2}{7}$ durch $\frac{3}{4}$.

Auflösung:

Man multiplizire 2 mit 4, und 7 mit 3, sage

also, 2 mal 4 ist 8, und 3 mal 5 ist 15, man schreibe 8 als Zähler und 15 als Nenner, man erhält den Bruch $\frac{8}{15}$, welcher der verlangte Quotient ist; das ist,

$\frac{2}{5} : \frac{3}{4} = \frac{2 \cdot 4}{3 \cdot 5} = \frac{8}{15}$, mithin $\frac{2}{5} : \frac{3}{4} = \frac{8}{15}$.

Wenn man also $\frac{2}{5}$ mit $\frac{3}{4}$ dividirt, so erhält man den Bruch $\frac{8}{15}$ als den verlangten Quotienten.

II. Beispiel:

Man dividire $\frac{4}{5}$ mit 2.

Auflösung:

Nach der schon früherhin angegebenen Regel kann man den Zähler 4 mit 2 dividiren, oder dagegen den Nenner 5 mit 2 multipliziren; im ersten Falle erhält man $\frac{2}{5}$, im zweiten $\frac{4}{10}$, was eben so viel gilt, indem

$\frac{4}{5} : 2 = \frac{\frac{4}{5}}{2} = \frac{2}{5}$, und auch $\frac{4}{5} : 2 = \frac{4}{5 \cdot 2} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$.

Man kann aber auch die ganze Zahl 2 mittelst der Zahl 1 zu einem Bruche machen, und dann auf die vorige Weise verfahren, wie hier:

$\frac{4}{5} : 2 = \frac{4}{5} : \frac{2}{1} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$.

Wenn man also $\frac{4}{5}$ mit 2 dividirt, so erhält man $\frac{2}{5}$ als Quotienten.

III. Beispiel:

Man dividire 8 mit $\frac{3}{5}$.

Auflösung:

Man mache mit 1 die ganze Zahl 8 zu einem Bruche, schreibe $\frac{8}{1}$ anstatt 8, und verfahre dann nach der bekannten Regel, wie hier:

$8 : \frac{3}{5} = \frac{8}{1} : \frac{3}{5} = \frac{40}{3} = 13\frac{1}{3}$.

Wenn man also 8 mit $\frac{3}{5}$ dividirt, so erhält man $13\frac{1}{3}$ als Quotienten.

IV. Beispiel:

Man dividire $4\frac{2}{5}$ durch $6\frac{1}{2}$.

Auflösung:

Man richte zuerst die Brüche ein, indem man die Ganzen auch zu Brüchen macht, und sage, 4 mal 5 ist 20 und 2 ist 22, es geben demnach $4\frac{2}{5}$ den unächten Bruch $\frac{22}{5}$, und $6\frac{1}{2}$ geben $\frac{13}{2}$, da 6 Ganze 12 Halbe enthalten.

Sind die Brüche eingerichtet, so verfahre man auf die vorige Weise:

$4\frac{2}{5} : 6\frac{1}{2} = \frac{22}{5} : \frac{13}{2} = \frac{44}{65}$.

Wenn man also $4\frac{2}{5}$ mit $6\frac{1}{2}$ dividirt, so erhält man $\frac{44}{65}$ als Quotienten.

Anmerkung: 1) In den älteren Auflagen dieses Rechenbuches wird bei der Division der Brüche verlangt, daß man ihnen vorerst gleiche Nenner geben soll; es ist aber dieses bei der Division, wie bei der Multiplikation, nicht nothwendig, und einfacher geschieht das Dividiren auf die so eben gezeigte Art.

Nach jener alten Regel wird man z. B. den Bruch $\frac{2}{5}$ mit $\frac{3}{4}$ so dividiren:

$\frac{2}{5} : \frac{3}{4} = \frac{8}{20} : \frac{15}{20} = \frac{8}{15}$, indem man dann bei

gleichen Nennern den Zähler des Dividends mit dem Zähler des Divisors dividirt.

2) Einige geben auch bei der Division der Brüche die Regel, daß man den Dividend mit dem umgekehrten Divisor multipliziren soll; verfährt man aber nach der gleich anfangs aufgestellten Regel, so braucht man das Umkehren der Brüche nicht. Würde man nach jener Regel $\frac{2}{5}$ mit $\frac{3}{4}$ dividiren, so würde man $\frac{2}{5}$ mit $\frac{4}{3}$ multipliziren, und dadurch bekäme man $\frac{8}{15}$ zum verlangten Quotienten, das ist, $\frac{2}{5} : \frac{3}{4} = \frac{2}{5} \times \frac{4}{3} = \frac{8}{15}$.

§. 89.

Verwandlung der zusammengesetzten oder gebrochenen Brüche in einfache.

Die zusammengesetzten oder gebrochenen Brüche werden dadurch in einfache Brüche verwandelt, daß man den Zähler wirklich mit dem Nenner dividirt, damit man sie bequemer schreiben und verstehen kann.

I. Beispiel:

Man verwandle den zusammengesetzten Bruch $\frac{\frac{1}{2}}{4}$ in einen einfachen Bruch.

Auflösung:

Man dividire den Zähler $\frac{1}{2}$ mit dem Nenner 4, man erhält $\frac{1}{8}$, da $\frac{1}{2} : 4 = \frac{1}{8}$, und deßhalb $\frac{\frac{1}{2}}{4} = \frac{1}{8}$.

II. Beispiel:

Man verwandle den Bruch $\frac{\frac{2}{3}}{4}$ in einen einfachen Bruch.

Auflösung:

Man dividire den Zähler $\frac{2}{3}$ mit dem Nenner $\frac{3}{4}$, man erhält $\frac{8}{9}$, indem $\frac{2}{3} : \frac{3}{4} = \frac{8}{9}$, und deßhalb $\frac{\frac{2}{3}}{\frac{3}{4}} = \frac{8}{9}$.

III. Beispiel:

Man verwandle den Bruch $\frac{6\frac{2}{5}}{8\frac{3}{4}}$ in einen einfachen Bruch.

Auflösung:

Man richte zuerst beide Brüche ein, und setze $\frac{32}{5}$ anstatt $6\frac{2}{5}$, und $\frac{35}{4}$ anstatt $8\frac{3}{4}$, und dividire dann $\frac{32}{5}$ mit $\frac{35}{4}$, man erhält $\frac{128}{175}$, indem $\frac{32}{5} : \frac{35}{4} = \frac{128}{175}$, und deßhalb $\frac{6\frac{2}{5}}{8\frac{3}{4}} = \frac{128}{175}$.

Anmerkung: 1) Weil man auf diese Weise allemal die gebrochenen Brüche in einfache verwandeln kann, und diese letzteren viel bequemer sind, so werden in der Folge die gebrochenen Brüche nur selten mehr vorkommen.

2) Zur Uebung in der Rechnung mit Brüchen werden in den folgenden Abschnitten mehrere Beispiele angeführt werden.

§. 90.

Brüche reesisch mit einander zu multipliziren.

Brüche lassen sich bequem reesisch mit einander auf diese Weise multipliziren:

1) Man ziehe eine Linie von oben nach unten, das ist, man ziehe einen Vertikalstrich;

2) Man schreibe rechts alle Brüche, die man mit einander multipliziren soll, und schreibe links den Buchstaben x, der das verlangte Produkt anzeigt;

3) Die gemischten Zahlen richte man ein, schreibe da, wo sie stehen, den neuen Zähler, und setze den Nenner allemal auf die andere Seite hinüber;

4) Auf beiden Seiten kann man jetzt gleiche Zahlen ausstreichen, dann gleich viel Nullen weglassen, und auch beiderseits mit der nämlichen Zahl dividiren, und die Quotienten anstatt der vorigen Zahlen hinschreiben;

5) Endlich multiplizire man die rechts stehenden Zahlen mit einander, und eben so die links stehenden, und dividire das erste Produkt mit dem letztern.

I. Beispiel:

Man multiplizire $\frac{2}{3}$ mit $\frac{4}{5}$.

Auflösung:

1) Man schreibe links x, ziehe einen Vertikalstrich, und schreibe rechts die beiden Brüche $\frac{2}{3}$ und $\frac{4}{5}$ untereinander, wie hier:

$$x \mid \frac{2}{3}$$
$$\quad\;\; \frac{4}{5}$$

2) Weil da ächte Brüche sind, so streiche man rechts die Nenner 3 und 5 aus, und schreibe sie links nach x unter einander, wie hier:

x	$\frac{2}{3}$
3	
5	$\frac{4}{5}$

3) Man multiplizire 2 mit 4, und 3 mit 5, und dividire 8 mit 15, das ist man schreibe den Quotienten bruchartig an, man erhält $\frac{8}{15}$, wie hier:

x	$\frac{2}{3}$
3	
5	$\frac{4}{5}$
15	$\frac{8}{15}$

Daher ist x, oder $\frac{2}{3} \times \frac{4}{5} = \frac{8}{15}$.

II. Beispiel:

Man multiplizire $4\frac{1}{2}$ mit $5\frac{2}{3}$.

Auflösung:

1) Man schreibe die Brüche an, wie vorhin:

x	$4\frac{1}{2}$
	$5\frac{2}{3}$

2) Man richte die Brüche ein, indem man sagt, 2 mal 4 ist 8 und 1 ist 9, wie auch, 3 mal 5 ist 15 und 2 ist 17; man schreibe anstatt der beiden gemischten Zahlen an ihrer Stelle rechts die neuen Zähler 9 und 17, und dagegen die Nenner 2 und 3 auf die linke Seite, wie hier:

x	$4\frac{1}{2}$	daher	x	9
			2	
	$5\frac{2}{3}$		3	17

3) Mit 3 kann man abkürzen, indem man links 3 ausstreicht, und rechts 9 ausstreicht, und dafür den Quotienten 3 setzt, wie hier:

x	$\not{9}$ 3
2	
$\not{3}$	17

4) Die rechtsstehenden Zahlen multiplizire man mit einander, mithin 17 mit 3, man bekömmt 51, da 17 $\times$ 3, oder 3 mal 17 $=$ 51 ist; das Produkt 51 dividire man mit 2, man erhält $25\frac{1}{2}$, da $51 : 2 = 25\frac{1}{2}$ wie hier:

x	3		51	
2	17	:	2	$25\frac{1}{2}$
	51		4	
			11	
		:	2	
			10	
		Rest	1	

Es ist also x, oder $4\frac{1}{2} \times 5\frac{2}{3} = \frac{9}{2} \times \frac{17}{3} = \frac{9 \cdot 17}{2 \cdot 3} = \frac{3 \cdot 17}{2} = \frac{51}{2} = 25\frac{1}{2}$, mithin $4\frac{1}{2} \times 5\frac{2}{3} = 25\frac{1}{2}$.

III. Beispiel:

Man multiplizire die Zahlen 8, dann $4\frac{2}{3}$ ferner $\frac{4}{5}$ und $6\frac{1}{2}$ mit einander.

Auflösung:

1) Man schreibe wie vorhin links x, dann rechts unter einander die gegebenen vier Zahlen, und hebe die Brüche auf, indem man sie einrichtet, und die neuen Zähler rechts, die Nenner aber links schreibt, wie hier:

x	8
	$4\frac{2}{3}$
	$\frac{4}{5}$
	$6\frac{1}{2}$

daher

x	8
3	14
5	4
2	13

2) Mit 2 kann man abkürzen, indem man links 2 ausstreicht, und rechts oben 4 anstatt 8 hinschreibt; dann multiplizire man die rechts stehenden Zahlen mit einander, und eben so die links stehenden, und dividire das Produkt der rechtsstehenden Zahlen mit dem Produkte der linksstehenden, wie hier:

x	8 4.
3	14
5	4
2	13
15	

die Multiplikation der rechts stehenden Zahlen.

14 · 4 = 56 · 4 = 224

224 · 13 = 672 + 224 = 2912

Mit dem Produkte 15 dividire man das Produkt 2912,

2912	
; 15	194 $\frac{2}{15}$
15	
141	
15	
135	
62	
15	
60	
Rest 2	

Es ist also $8 \times 4\frac{2}{3} \times \frac{4}{5} \times 6\frac{1}{2} = \frac{2912}{15} =$
$194\frac{2}{15}$.

§. 91.

Brüche reesisch mit einander zu dividiren.

Brüche lassen sich auch bequem reesisch mit einander auf diese Weise dividiren:

1) Man ziehe einen Vertikalstrich, schreibe links x und den Divisor, und schreibe rechts den Dividend;

2) Man hebe, wie es im vorigen §. bei der Multiplikation geschehen ist, die Brüche auf, setze allemal auf ihre Seite die neuen Zähler, die man bei der Einrichtung erhält, und auf die andere Seite die Nenner;

3) Am Ende multiplizire man die Zahlen rechts mit einander, und eben so die Zahlen links, und dividire das Produkt der rechts stehenden Zahlen mit dem Produkte der links stehenden Zahlen.

I. Beispiel:

Man dividire $\frac{2}{5}$ mit $\frac{3}{4}$.

Auflösung:

1) Man schreibe links x, und darunter den Divisor $\frac{3}{4}$, und rechts den Dividend $\frac{2}{5}$, wie hier:

$$\begin{array}{c|c} x & \frac{2}{5} \\ \frac{3}{4} & \end{array}$$

2) Man hebe die Brüche auf, indem man die Nenner ausstreicht, und allemal auf die andere Seite hinübersetzt:

$$\begin{array}{c|c} x & \frac{2}{5} \\ \frac{3}{4} & \\ \hline 4 & 5 \\ 5 & \end{array}$$

3) Man multiplizire rechts 2 mit 4, und links 3 mit 5, und dividire 8 mit 15, man erhält $\frac{8}{15}$ als den verlangten Quotienten, wie man hier sieht:

$$\begin{array}{c|c} x & 2 \\ \frac{3}{4} & 5 \\ \hline 4 & \frac{4}{8} \\ \frac{5}{15} & \end{array}$$

Mithin erhält man $\frac{8}{15}$, das ist, x oder $\frac{2}{5} : \frac{3}{4} = \frac{8}{15}$; also $\frac{2}{5}$, dividirt durch $\frac{3}{4}$, gibt zum Quotienten den Bruch $\frac{8}{15}$.

II. Beispiel:

Man dividire 8 mit $\frac{5}{6}$.

Auflösung:

1) Man ziehe den Vertikalstrich, schreibe links x den Divisor $\frac{5}{6}$, und rechts den Dividend 8, wie hier:

$$\begin{array}{c|c} x & 8 \\ \frac{5}{6} & \end{array}$$

2) Man hebe den Bruch auf, indem man links den Nenner 6 ausstreicht, und ihn rechts unter 8 als Faktor schreibt, und dann multiplizire man 8 mit 6, und dividire das Produkt 48 mit 5, man erhält $\frac{48}{5}$, was, wenn man die ganzen herauszieht, eben so viel gilt als $9\frac{3}{5}$, wie man hier sieht:

$$\begin{array}{r|l} x & 8 \\ \frac{5}{6} & \\ \hline 5 & 48, \text{ also } x = \frac{48}{5} = 9\frac{3}{5}, \end{array}$$

das ist, $8 : \frac{5}{6} = 9\frac{3}{5}$; oder 8, dividirt mit $\frac{5}{6}$, gibt zum Quotienten die Zahl $9\frac{3}{5}$.

III. Beispiel:

Man dividire $5\frac{2}{3}$ mit $6\frac{1}{2}$.

Auflösung:

1) Man ziehe den Vertikalstrich, schreibe links x und den Divisor $6\frac{1}{2}$, und rechts den Dividend $5\frac{2}{3}$, wie hier:

$$\begin{array}{r|l} x & 5\frac{2}{3} \\ 6\frac{1}{2} & \end{array}$$

2) Man hebe die Brüche auf, und sage, 2 mal 6 ist 12 und 1 ist 13, man schreibe 13 links, und rechts den Nenner 2; ferner, 3 mal 5 ist 15 und 2 ist 17, man schreibe rechts 17 und den Nenner 3 links, wie hier:

$$\begin{array}{r|l} x & 5\frac{2}{3} \end{array} \quad \text{daher} \quad \begin{array}{r|l} x & 17 \\ 13 & 2 \\ 3 & \end{array}$$
$$\begin{array}{r} \\ 6\frac{1}{2} \end{array}$$

3) Man multiplizire rechts 17 mit 2, und links 13 mit 3, und dividire 34 mit 39, man erhält den Bruch $\frac{3}{3}\frac{4}{9}$ als den verlangten Quotienten, wie hier:

$$\begin{array}{r|l} x & 17 \\ 13 & 2 \\ 3 & \\ \hline 39 & 34 \end{array}$$

, also ist $x = \frac{3}{3}\frac{4}{9}$,

das heißt, $5\frac{2}{3} : 6\frac{1}{2} = \frac{3}{3}\frac{4}{9}$; oder $5\frac{2}{3}$, dividirt mit $6\frac{1}{2}$, gibt zum Quotienten die Zahl $\frac{3}{3}\frac{4}{9}$.

Anmerkung: 1) Bei den vier Rechnungsarten mit Brüchen wird die Probe eben so gemacht, wie bei den ganzen Zahlen; daher dienen sich auch da die Addition und Subtraktion, und die Multiplikation und Division wechselweise zur Probe.

2) Wie man vorstehende reesische Multiplikations und Divisions-Art brauchen kann, wird man noch mehr bei der Anwendung in den folgenden Abschnitten ersehen.

IV. Hauptstück.

Von der Anwendung der vier Rechnungsarten mit ganzen und gebrochenen Zahlen zur Auflösung der verschiedenen Aufgaben der Regel-Detri, und auf verschiedene im gemeinen Leben vorkommende Rechnungsfälle.

I. Abschnitt.

Die Auflösung der verschiedenen Aufgaben der Regel-Detri.

§. 92.

Die Auflösung der Aufgaben der einfachen geraden Regel-Detri.

I. Beispiel:

Wenn man 3 ½ Ellen für 7 Kreutzer kaufen kann, wie viel erhält man für 48 Kreutzer?

I. Auflösung:

1) Nach dem gewöhnlichen Regel-Detri-Ansatze schreibe man an, und setze an die vierte Stelle „x?, zum Zeichen, daß man Ellen sucht:

kr.	Ellen	kr.
7	3 ½	48

2) Man richte den Bruch ein, und sage, 3 mal 2 ist 6 und 1 ist 7, man schreibe 7 unter 3 ½ und den Nenner 2 links unter das erste Glied 7, wie hier:

kr.	Ellen	kr.	Ellen
7	3 ½	48	x?
2	7		

3) Man multiplizire 48 mit 7, und dann links 7 mit 2, und dividire das Produkt 336 mit 14;

kr.	Ellen	kr.	Ellen
7	3 ½	48	x?
×2	7	×7	
14		336	

also 336 : 14 = 24 Ellen

28

56

56

—

Für 48 kr. bekommt man also 24 Ellen.

II. Auflösung:

Will man sich die Vortheile der reesischen Rechnung mittelst angebrachter Abkürzungen eigen machen, so verfahre man auf diese Weise:

1) Man ziehe den Vertikalstrich, schreibe links x oder das Ellenzeichen, und rechts hinüber 48 kr.; ferner schreibe man links unter x oder unter das Ellenzeichen 7 kr. und rechts hinüber $3\frac{1}{2}$ Ellen, so daß es heißt, wie viel Ellen bekommt man für 48 kr., wenn man für 7 Kreutzer $3\frac{1}{2}$ Ellen erhält?

Ellen x?	48 kr.
kr. 7	$3\frac{1}{2}$ Ellen.

2) Man hebe rechts den Bruch auf, indem man sagt, 3 mal 2 ist 6 und 1 ist 7, man schreibe 7 rechts und den Nenner 2 links, und streiche zur Abkürzung auf beiden Seiten, 7 aus, wie hier:

Ellen x?	48 kr.	daher	x?	48
kr. 7	$3\frac{1}{2}$ Ellen		//	//
			2	

3) Weil nichts zum Multipliziren da ist, so dividire man die rechtsstehende Zahl 48 mit der links stehenden Zahl 2, man erhält 24 als den Quotienten, wie hier:

x?	48		
ℏ	ℏ		
2			
2	48	24	Ellen.
	: 72		

Um 48 kr. bekommt man also unter dieser Bedingung wieder 24 Ellen.

Zur Probe sage man umgekehrt: um 48 kr. bekommt man 24 Ellen, wie viel erhält man um 7 kr.?

Deßwegen setze man an:

kr.	Ellen	kr.	Ellen
48	24	7	x

× 7

168

daher 168 : 48 = 3 $\frac{24}{48}$ Ellen,

144

24

Um 7 kr. bekommt man also 3 $\frac{24}{48}$ oder 3 $\frac{1}{2}$ Ellen, weil man den Bruch $\frac{24}{48}$ mit 24 verkleinern kann.

Reesisch kann man die Probe auch so machen, wenn man am Vertikalstrich ansetzt:

Ellen x?	7 kr.
kr. 48	24 Ell.

168 : 48 = 3 $\frac{24}{48}$ Ell = 3 $\frac{1}{2}$ Ell.

144

24

Für 7 kr. erhält man also wieder 3 ½ Essen. Weil 48 und 24 durch mehrere Zahlen theilbar sind, so hätte man auch mit einem gemeinschaftlichen Maaße dividiren, und dadurch die Arbeit abkürzen können.

II. Beispiel:

Für 6 Pfund zahlt man 21 fl., wie viel ist für 30 ¾ Pfund zu zahlen?

I. Auflösung:

Pf.	fl.	Pf.	fl.
6	21	30 ¾	x

X 4

24

X 4

123

X 21

123

246

2583

daher 2583 : 24 = 107 $\frac{12}{24}$ = 107 $\frac{5}{8}$ fl.,

183

: 24 wenn man nämlich den

168 Bruch $\frac{12}{24}$ mit 3 verkleinert.

Rest 15

30 ¾ Pfund kosten also 107 $\frac{5}{8}$ fl., oder 107 fl. 37 kr. 4 hl.

Bei dieser Auflösung hat man zuerst den Bruch 30 ¾ eingerichtet, und dafür den Bruch $\frac{123}{4}$ gesetzt; um diesen aufzuheben, hat man den Nen-

ner 4 links zum ersten Gliede 6 als Faktor geschrieben, dan 123 mit 21, und 6 mit 4 multiplizirt, und endlich 2583 mit 24 dividirt.

II. Auflösung:

Man setze die Aufgabe reesisch an, hebe den Bruch auf, und dividire dann das Produkt der rechts stehenden Zahlen mit dem Produkte der links stehenden Zahlen, wie hier:

fl. x? | $30\frac{3}{4}$ Pf. daher fl. x? | 123
Pf. 6 | 21 fl. | 6 | 4
| 4 | 21
und 2583 | $107\frac{1}{2}\frac{5}{4}$ fl. | 24 | 123
: 24 | $= 107\frac{3}{8}$ fl. | | 246
| | | 2583

Zur Probe sage man umgekehrt: was kosten 6 Pfund, wenn $30\frac{3}{4}$ Pfund $107\frac{5}{8}$ fl. kosten?

Hier richte man zuerst beide Brüche ein, indem man $\frac{123}{4}$ anstatt $30\frac{3}{4}$, und $\frac{861}{8}$ anstatt $107\frac{5}{8}$ setzt; den Nenner 4 des ersten Gliedes setze man zu den mittleren Gliedern als Faktor, und den Nenner 8 des mittleren Gliedes setze man zum ersten Gliede als Faktor, dann multiplizire man die zwei mittleren Glieder mit einander, und dividire das Produkt mit dem ersten Gliede, wie hier:

Pf.	fl.	Pf.	fl.
30 ¾	107 ⅝	6	x?
×4	×8		
123	861	also 20664	
×8	×4	: 984	21 fl.
984	3444	1968	
	×6	984	
	20664	: 984	
		984	
		—	

6 Pfund kosten also wieder 21 fl.

III. Beispiel:

Wenn 2 ½ Ellen 18 ⅝ fl. kosten, was kosten 6 ¼ Ellen?

I. Auflösung:

1) Hier hat man wieder eine Aufgabe der einfachen geraden Regel-Detri, weil man desto mehr zahlen muß, je mehr man Waare kauft; daher setzte man an:

Ellen	fl.	Ellen	fl.
2 ½	18 ⅝	6 ¼	x?
×2	×6	×4	
5	113	27	
×6	×2		
30	226	daher 6102	
×4	×27	: 120	50 102/120 fl.
120	1582	600	
	452	102	
	6102		

$6\frac{3}{4}$ Ellen kosten also $50\frac{1}{1}\frac{0}{2}\frac{2}{0}$ fl., oder $50\frac{1}{2}\frac{7}{0}$ fl. = 50 fl. 51 kr., weil man den Bruch $\frac{1}{1}\frac{1}{2}\frac{3}{0}$ mit 3 und dann mit 2, oder, was eines ist, mit 6 verkleinern kann, und der 20ste Theil eines Guldens ein Groschen ist, somit $\frac{1}{2}\frac{7}{0}$ fl. in Kreutzern 51 kr. geben.

Man hat nämlich hier wieder zuerst die drei Brüche aufgehoben, und $\frac{5}{2}$ anstatt $2\frac{1}{2}$, dann $\frac{113}{6}$ anstatt $18\frac{5}{6}$, und $\frac{27}{4}$ anstatt $6\frac{3}{4}$ gesetzt; den Nenner des ersten Gliedes 2 hat man als Faktor zu den mittleren Gliedern gesetzt, und die Nenner 6 und 4 hat man links zum ersten Gliede als Faktoren gesetzt; hierauf wurden links die Zahlen 5, dann 6 und 4 mit einander multiplizirt, und rechts multiplizirte man die Zahlen 113, dann 2 und 27 mit einander, und endlich wurde das Produkt 6102 mit dem Produkte 120 dividirt, wodurch die verlangte Zahl $50\frac{1}{1}\frac{0}{2}\frac{2}{0}$ fl. oder $50\frac{1}{2}\frac{7}{0}$ fl. zum Vorscheine kam.

II. Auflösung:

In reesischer Form setze man an: „was kosten $6\frac{3}{4}$ Ellen, wenn $2\frac{1}{2}$ Ellen $18\frac{5}{8}$ fl. kosten?

fl. x?	$6\frac{3}{4}$ Ellen daher fl. x?	$\frac{5}{2}$	$\frac{27}{4}$
Ell. $2\frac{1}{2}$	$18\frac{5}{6}$ fl.	$\frac{2}{4}$	$\frac{113}{6}$
		6	2

verkleinert mit 2 und 3:

fl. x?	ℳ	daher 1017	
5	₰	: 20	50 $\frac{17}{20}$ fl.
ℳ	113	110	
₰	₰	Rest 17	
₰	9		
2	ℳ	Es kosten also 6 ¾ Ellen	
2	1017	wieder 50 $\frac{17}{20}$ fl. oder 50 fl.	
20		51 kr.	

Zur Probe sage man: was kosten 2 ½ Ellen, wenn 6 ¾ Ellen 50 $\frac{17}{20}$ fl. kosten?

Daher setze man an:

Ellen	fl.	Ell.	fl.
6 ¾	50 $\frac{17}{20}$	2 ½	x?
X 4	X 20	X 2	
27	1017	5	
X 20	X 4		
540	4068	daher 2034₰	18 $\frac{90}{108}$ fl.
X 2	X 5	: 108₰	
1080	20340	108	
		954	
		: 108	
		864	
		90	

2 ½ Ellen kosten also wieder 18 $\frac{90}{108}$ fl., oder 18 $\frac{10}{12}$ fl. = 18 $\frac{5}{6}$ fl., weil man den Bruch $\frac{90}{108}$ mit 9, und den neuen Bruch $\frac{10}{12}$ mit 2 verkleinern kann, wodurch man den Bruch $\frac{5}{6}$ anstatt $\frac{90}{108}$ erhält.

Man könnte auch nach reesischer Form die Probe dadurch machen, daß man ansetzt: was kosten $2\frac{1}{2}$ Ellen, wenn $6\frac{3}{4}$ Ellen $20\frac{17}{20}$ fl. kosten?

fl. x?	$2\frac{1}{2}$ Ellen,	daher fl. x?	$\frac{5}{2}$	
Ell. $6\frac{3}{4}$	$50\frac{17}{20}$ fl.	$27\frac{7}{4}$	$\frac{1017}{20}$.	

ferner fl. x?	5	und 1017		
27	1017	: 54		$18\frac{45}{4}$ fl
2		54		
4	4			
54	1017	: 54		
		432		
		45		

$2\frac{1}{2}$ Ellen kosten also wieder $18\frac{45}{4}$ fl. oder $18\frac{5}{8}$ fl, weil man den Bruch $\frac{45}{4}$ mit 9 verkleinern kann.

Anmerkung: 1) Weil früherhin bei der Rechnung mit ganzen Zahlen die Auflösung von Aufgaben der einfachen geraden Regel-Detri schon vorgekommen ist, so ist es auch von daher schon bekannt, daß man die mittleren zwei Glieder mit einander multipliziren, und das Produkt mit dem ersten Gliede dividiren muß, um das vierte unbekannte Glied zu erhalten.

2) Bei den Auflösungen setze ich das Zeichen der Multiplikation ($\times$), und das der Division (:) öfters bei, damit man sich besser auskennt, und man auch weiß, welche Rechnungsarten vorgenommen werden.

§. 93.

Die Auflösung der verkehrten einfachen Regel-Detri.

I. Beispiel:

Wenn sich 8 Personen von einem gewissen Vorrathe von Lebensmitteln 3 ½ Wochen ernähren können; wie lange können sich davon 16 Personen ernähren?

I. Auflösung:

Wenn man rücksichtlich der Rechnung die vorige Ordnung beibehalten, und wieder das zweite Glied mit dem dritten multipliziren, und das Produkt mit dem ersten Gliede dividiren will, so verfahre man auf diese Weise:

1) An die Stelle des zweiten und dritten Gliedes setze man die zwei Bedingungsglieder, und schreibe in die Mitte: „wenn 8 Personen sich nähren 3 ½ Woche;" indem hier das umgekehrte Verhältniß da ist, je mehr es nämlich Personen sind, desto weniger Zeit haben sie daran:

Personen	Wochen
8	3 ½

2) Links an die erste Stelle schreibe man „16 Personen," und rechts am Ende schreibe man „x Wochen," daß so die Fragglieder an die äusseren Stellen kommen, wie hier:

Pers.	Pers.	Woch.	Woch.
16	8	3 ½	x

3) Jetzt verfahre man ganz, wie vorhin bei der geraden Regel-Detri, man hebe demnach den Bruch auf, indem man $\frac{7}{2}$ anstatt $3\frac{1}{2}$ setzt, und schreibe 7 an die Stelle des Bruches, den Nenner 2 aber also Faktor zum ersten Gliede 16, man multiplizire 8 mit 7, dann 16 mit 2, und dividire das Produkt 56 mit 32, man erhält $1\frac{24}{32}$ oder $1\frac{3}{4}$ Wochen, weil man den Bruch $\frac{24}{32}$ mit 8 abkürzen kann, wie hier:

Pers.	Pers.	Woch.	Woch.
16	8	$3\frac{1}{2}$	x?
X2	X7	X2	
32	56	7	

daher 56 : 32 = 32 | $1\frac{24}{32}$ oder $1\frac{3}{4}$ Wochen.

Rest 24

Unter dieser Bedingung können sich also 16 Personen $1\frac{3}{4}$ Wochen ernähren.

II. Auflösung:

1) Wenn man die Vortheile des reesischen Ansatzes benützen will, so schreibe man links am Vertikalstrich die beiden Frageglieder unter einander, indem man sagt: „wie lange haben daran 16 Personen? und rechts setze man die zwei Bedingungsglieder, bei welchen man sagt: „wenn sich davon 8 Personen $3\frac{1}{2}$ Wochen ernähren:

Woch.	x?	8 Personen
Pers.	16	$3\frac{1}{2}$ Wochen.

2) Man verfahre, wie vorhin, richte den Bruch ein und hebe ihn auf, dann verkleinere man mit 8, multiplizire rechts und links, und dividire das rechtsstehende Produkt mit dem links stehenden, wie hier:

x?	8	daher	x?	8
16	$3\frac{1}{2}$		16	7
			2	7,
			2	
			4	

und	7		
	: 4		$1\frac{3}{4}$ Wochen.
	4		
Rest	3		

16 Personen haben also wieder daran $1\frac{3}{4}$ Wochen.

Zur Probe kehre man die Aufgabe um, und sage: „wenn 16 Personen den Vorrath in $1\frac{3}{4}$ Wochen verzehren, wie lange haben daran 8 Personen?

Personen	Wochen
16	$1\frac{3}{4}$

ferner:

Pers.	Pers.	Woch.	Woch.
8	16	$1\frac{3}{4}$	x?
X4	X7	X4	
32	112	7	

daher 112 : 32 = 96 | 3 1/3 6/2 = 3 1/2 Wochen.
16

8 Personen haben also wieder daran 3 1/3 6/2 oder 3 1/2 Wochen, weil man den Bruch 1/3 6/2 mit 16 abkürzen kann.

Die Probe kann man auch reesisch machen, wenn man am Vertikalstriche links die jetztigen Frageglieder unter einander setzt, und sagt: „wie lange haben daran 8 Personen,? und rechts die jetztigen Bedingungsglieder:" indem man sagt: wenn 16 Personen sich davon ernähren können 1 3/4 Wochen?

Woch. x?	16 Pers. daher	x?	1 3 2
Pers. 8	1 3/4 Woch.	8	7
		4	4
		2	7, also 7/2
		2	Woch.

8 Personen können sich also 7/2 oder 3 1/2 Wochen davon ernähren.

II. Beispiel:

Wenn das Schäffel Waitzen 8 Gulden 30 kr. kostet, so soll ein Zwei-Pfenning Brod 7 1/2 Loth wägen; wie schwer wird es sein, wenn das Schäffel 12 fl. kostet?

I. Auflösung:

Hier findet das umgekehrte Verhältniß statt,

je mehr nämlich das Getraid gilt, desto leichter wird das Brod; man setze, wie vorhin an, mache aber alle Gulden zu Kreutzern, und verfahre auf die vorige Art:

Guld.	Guld.	kr.	Loth	Loth
12	8	30	$7\frac{1}{2}$	x?
$\times 60$	$\times 60$		$\times 2$	
720 kr.	480		15	
$\times 2$	$+30$			
1440	510 kr.			
	$\times 15$			
	2550			
	510			
	7650			

daher 765ϕ | : 144ϕ | 720 | 45 | Rest

$5\frac{45}{144}$ Loth

Dasselbe wird also jetzt $5\frac{45}{144}$ Loth, oder $5\frac{5}{16}$ Loth schwer sein, weil man den Bruch $\frac{45}{144}$ mit 9 abkürzen kann.

II. Auflösung:

Weil 30 Kreutzer die Hälfte eines Guldens sind, so kann man $\frac{1}{2}$ fl. anstatt 30 kr. setzen; daher schreibe man reesisch:

Loth	x?	ferner	Loth	x?	$8\frac{1}{2}$ fl.
fl.	12		fl.	12	$7\frac{1}{2}$ L.

daher

x?	17	und, wenn man mit 3 verkleinert:
12	$\frac{17}{2}$	
2	15	
2	$\frac{15}{2}$	

x?	17
4	5
2	85, also $\frac{85}{16} = 5\frac{5}{16}$
2	Loth,
16	

da 85, mit 16 dividirt, zum Quotienten $5\frac{5}{16}$ gibt. Dasselbe ist demnach wieder $5\frac{5}{16}$ Loth schwer.

Zur Probe sage man umgekehrt: „Wenn beim Preise des Schäffels zu 12 fl. das Brod $5\frac{5}{16}$ Loth schwer ist, wie schwer ist es beim Preise des Schäffels von 8 fl. 30 kr.?

fl.	kr.	fl.	Loth	Loth
8	30	12	$5\frac{5}{16}$	x?
×60		×60	×16	
480		720	85	
+30		×85		
510 kr.		3600		
×16		5760		
3060		61200		
510				
8160				

daher	6120ϕ	
	: 816ϕ	$7\frac{408}{816}$ Loth.
	5712	
Rest	408	

Es wird also beim Preise des Schäffels zu 8 fl. 30 kr. das Brod wieder 7 $\frac{4}{8}\frac{0}{1}\frac{8}{6}$ oder 7 $\frac{1}{2}$ Loth schwer seyn, weil man den Bruch $\frac{4}{8}\frac{0}{1}\frac{8}{6}$ mit 408 verkleinern kann.

Wenn man 8 $\frac{1}{2}$ fl. anstatt 8 fl. 30 kr. schreibt, so kann man reesisch die Probe auch auf diese Weise machen, wenn man sagt: wie schwer wird das Brod seyn beim Preise des Schäffels zu 8 fl. 30 kr. oder 8 $\frac{1}{2}$ fl., wenn es beim Preise von 12 Gulden 5 $\frac{5}{1}\frac{}{6}$ Loth schwer ist?

Loth x?	12 fl.	daher	x ?	12
fl. 8 $\frac{1}{2}$	5 $\frac{5}{1}\frac{}{6}$ Loth		$\frac{1}{2}\frac{7}{}$	$\frac{8}{1}\frac{5}{6}$

und

x?	12
17	85
16	2

dann durch Abkürzung mit 4 und 2:

x?	3
17	85
~~4~~	~~2~~
2	255
34	

Dividirt man endlich 255 mit 34, so erhält man wieder als die gesuchte Schwere des Brodes 7 $\frac{1}{3}\frac{7}{4}$ oder 7 $\frac{1}{2}$ Loth, weil man den Bruch $\frac{1}{3}\frac{7}{4}$ mit 17 abkürzen kann:

255	
: 23	7 $\frac{1}{3}\frac{7}{4}$ = 7 $\frac{1}{2}$ Loth.
238	
Rest, 17	

III. Beispiel:

Jemand braucht zu einem Kleide 5 Ellen Tuch, wenn die Elle eine Breite von 2 Ellen hat; wie viel Tuch braucht man darzu, wenn die Elle nur $\frac{3}{4}$ Ellen breit ist?

I. Auflösung:

Hier findet auch das verkehrte Verhältniß statt, da man desto mehr Tuch braucht, je schmäler oder weniger breit es ist; daher schreibe man: „wenn zu einer Breite von 2 Ellen erfordert werden 5 Ellen, wie viel braucht man bei einer Breite von $\frac{3}{4}$ Ellen?

Ellen Breite Ellen
2 5

ferner

Ell. Breite Ell. Breite Ellen Ellen
$\frac{3}{4}$ 2 5 x?

$\times 5$ also 40 | $13\frac{1}{3}$ Ellen.
10 : 3 |
$\times 4$ 3 |
40 10 |
: 3 |
9 |
Rest, 1 |

Man braucht demnach darzu $13\frac{1}{3}$ Ellen, wenn es $\frac{3}{4}$ Ellen breit ist.

II. Auflösung:

Wegen des umgekehrten Verhältnisses schreibe man reesisch an:

Ell. x?	2	E. Br. daher	40	
Ell. Br. 3	5		: 3	13 $\frac{1}{3}$ Ell.
4	4		3	
3	40		10	Man braucht
			: 3	also wieder
			9	13 $\frac{1}{3}$ Ellen.
		Rest,	1	

Zur Probe sage man umgekehrt: „wie viel Tuch braucht man bei einer Breite von 2 Ellen, wenn man 13 $\frac{1}{3}$ Ellen braucht bei einer Breite von $\frac{3}{4}$ Ellen?

Man setze demnach an:

Ell. Br.	Ell.
$\frac{3}{4}$	13 $\frac{1}{3}$

ferner

Ell. Br.	Ell. Br.	Ell.	Ell.
2	3	13 $\frac{1}{3}$	x?
X 4	4	X 3	
8		40	
X 3		X 3	
24		120	

weßwegen	120	
	: 24	5 Ellen
	120	
	—	

Man braucht also 5 Ellen bei einer Breite von 2 Ellen.

Reesisch kann man die Probe auch so machen:

E. x?	$\frac{3}{4}$ Ell. B. daher x?	$\frac{3}{3}$
Br. Ell. 2	$13\frac{1}{3}$	
	2	4
	4	40
	$\frac{3}{3}$	$\frac{3}{3}$
	8	40

Weßwegen wieder 40 : 8 | 5 Ellen.

Man braucht demnach wieder 5 Ellen.

Anmerkung: 1) Weil bei ganzen Zahlen auch schon die Auflösung der Aufgaben der einfachen verkehrten Regel-Detri vorgekommen ist, so war hier die Wiederholung der dort angeführten Regeln nicht mehr nöthig.

2) Der gegenwärtige Ansatz, wo die zwei Bedingungsglieder als die mittleren, und die zwei Frageglieder als die äusseren Glieder geschrieben werden, ist bequemer, als der bei ganzen Zahlen gezeigte Ansatz, wo man bei der verkehrten Regel-Detri das erste Glied mit dem zweiten multipliziren, und das Produkt mit dem ersten dividiren mußte.

3) Wie die Auflösung sämmtlicher Regel-Detri-Aufgaben in der Gestalt der geometrischen Proportion gemacht wird, zeige ich nicht mehr, theils damit dieses Volks-Rechenbuch nicht zu weitläufig wird, theils aber auch und vorzüglich deßwegen, weil sich die gemeinern Leute an die strengen Schulformen ungerne gewöhnen.

Wer darnach rechnen will, den verweise ich, wie ich es bereits in der Vorrede bemerkte, auf den I. und II. Theil meines Lehrbuches der Arithmetik, das man am Ende ausführlich angezeigt finden wird.

§. 94.

Die zusammengesetzte gerade Regel-Detri.

I. Beispiel:

Wenn 200 fl. Kapital in 1 Jahre zu 5 Prozent 10 fl. Zins geben; welchen Zins geben 600 fl. Kapital in 6 Jahren zu 4 ½ Prozent?

I. Auflösung:

Kapital, Zeit, und Prozente stehen mit dem zu bestimmenden Zinse im geraden Verhältnisse; denn je größer das Kapital ist, je längere Zeit es angelegt wird, und je mehr Zins man jährlich vom Hundert bezahlt, desto mehr Zins erhält man.

1) Daher schreibe man links an die Stelle des ersten Gliedes die Bedingungsglieder unter einander, welche das Kapital von 200 fl., dann die Zeit von 1 Jahre, und die 5 Prozente ausdrücken, wie hier:

Kap. fl. 200
Jahr 1
Proz. 5

2) Rechts an die Stelle des zweiten Gliedes schreibe man den bekannten Zins, also die 10 fl., wie hier:

Kap. fl. 200 — 10 fl. Zins
Jahr 1
Proz. 5

3) An die Stelle des dritten Gliedes schreibe man die Frageglieder „600 fl. Kap., dann 6 Jahr, und 4 ½ Proz.“, und an die Stelle des vierten Gliedes schreibe man den gesuchten Zins „x fl.?“

Kap.	200	10 fl. Z.	K. fl.	600	Z. fl. x?
Jahr	1		Jahr	6	
Proz.	5		Proz.	4 ½	

4) Man richte den Bruch ein, setze $\frac{9}{2}$ anstatt 4 ½, und schreibe den Nenner 2 als Faktor zum ersten Gliede; dann multiplizire man mit einander die Faktoren der zwei mittleren Glieder, nämlich 600, dann 6, ferner 9 und 10, und thue eben dieses bei den Faktoren des ersten Gliedes, nämlich bei 200, dann bei 1, ferner bei 5 und bei 2, und dividire das erste Produkt 324000 mit dem Produkte 2000, es gibt der gefundene Quotient 162 fl. den verlangten Zins; wie man hier sieht:

Kap.	fl. 200	10 fl. Z.	K. fl.	600	Z. fl. x?
Jahr	1		Jahr	6	
Proz.	5		Proz.	9	
	2			2	

dann

200
X 1
200
X 5
1000
X 2
2000, zweites Produkt;

daher

600
X 6
3600
X 9
32400
X 10
324000, erstes Produkt;

endlich

x	
3 2 4 ϕ ϕ ϕ	162 fl.
: 2 ϕ ϕ ϕ	

Es geben also 600 fl. Kapital in 6 Jahren zu $4\frac{1}{2}$ Prozent unter der gesetzten Bedingung 162 fl. Zins.

II. Auflösung:

Will man nach reesischer Form durch Abkürzung oder Verkleinerung die Auflösung vornehmen, so verfahre man auf diese Weise:

1) Man mache den Vertikalstrich, setze links „x fl. Zins", und rechts die Frageglieder „600 fl. Kap, dann 6 Jahr und $4\frac{1}{2}$ Proz." unter einander;

2) Links setze man in eben dieser Ordnung die gleichnamigen Bedingungsglieder „200 fl. Kap., dann 1 Jahr und 5 Proz.", und rechts hinüber den bekannten Zins, nämlich die 10 fl.;

3) Rechts und links streiche man zur Abkürzung nach Aufhebung des Bruches gleich viel Nullen und die nämlichen Zahlen aus, und dividire, wenn es angeht, mit der nämlichen Zahl;

4) Endlich multiplizire man die Zahlen rechts und die Zahlen links mit einander, und man dividire das Produkt der rechtsstehenden Zahlen mit dem Produkte der linksstehenden, wie hier:

1) Z. fl. x?	600 fl. K.	2) Z fl. x?	600 fl. K.
	6 Jahr	K. fl. 200	6 J.
	$4\frac{1}{2}$ Pr.	J. 1	$4\frac{1}{2}$ Pr.
		Pr. 5	10 fl. Z:

3) x? | 6ϕϕ
ϕϕ | ϕ
1 | 9
ϕ | ϕ
ϕ | ϕϕ
ϕ | ϕ
3

4) x? | 6
1 | 9
1 | 3
162 fl.

Weil 1 nichts dividirt, so erhält man wieder 162 fl. als den gesuchten Zins.

II. Beispiel:

Zur Probe für die vorstehende Auflösung des I. Beispieles setze man die Aufgabe:

Wenn 600 fl. Kapital in 6 Jahren zu 4 ½ Prozent 162 fl. Zins geben, welchen Zins geben 200 fl. Kapital in 1 Jahr zu 5 Prozenten?

I. Auflösung:

Weil hier wieder durchgehends das gerade Verhältniß statt findet, so verfahre man ganz auf die so eben angezeigte Weise:

Kap. fl. 600 — 162 fl. Z. — Kap. fl. 200 — Z. fl. x?
J. 6 — 2 — J. 1
Pr. 9 — Pr. 5
ϕ

dann 600 × 6 = 3600 × 9 = 32400

daher 162 × 200 = 32400 × 5 = 162000 × 2 = 324000

endlich

3240 ϕϕ | 10 fl.
: 324 ϕϕ

Es geben also wieder 200 fl. Kapital in 1 Jahr zu 5 Prozenten unter der angegebenen Bedingung 10 fl. Zins.

II. Auflösung:

Nach reesischer Form mittels angebrachter Abkürzungen verfahre man auf diese Weise:

1) Z. fl. x?	200 fl. K.
	1 J.
	5 Pr.

2) Z. fl. x?	200 fl. K.
K. fl. 600	1 J.
J. 6	5 Pr.
Pr. 4½	162 fl. Z.

3) x?	z ϕ ϕ
3 ϕ ϕ	1
3 ϕ	5
9	162
z	z
81	810

daher 810 | 10 fl.
: 81
0

Man bekömmt also wieder den vorigen Zins, nämlich 10 fl.

§. 95.

Die zusammengesetzte verkehrte Regel-Detri.

I. Beispiel:

Eine Festung ist auf 1 ½ Jahr für 12000 Mann

mit Getraid versehen, wenn man täglich einem Manne 2 Pfund Brod gibt; wie viele Lothe Brod darf man täglich einem Manne geben, wenn sich vom nämlichen Getraidvorrathe 15000 Mann 10 Monate ernähren sollen?

I. Auflösung:

1) Je größer die Besatzung ist, und je längere Zeit sie sich vom nämlichen Vorrathe ernähren muß, eine desto kleinere Portion kann man täglich einem Manne geben; deßwegen sind hier die Bestimmungs-Größen mit den zu bestimmenden Größen im verkehrten Verhältnisse, und man hat eine Aufgabe der zusammengesetzten verkehrten Regel Detri;

2) Daher schreibe man an die Stelle des zweiten und dritten Gliedes die Bedingungsglieder, und zwar 64 Loth anstatt 2 Pfund, wie hier:

M 12000 Loth 64
J. $1\frac{1}{2} = \frac{3}{2}$

2) Damit die Glieder, welche die Zeit bestimmen, gleichnamig werden, so mache man die Monate zu Jahren; ein Monat ist der 12te Theil eines Jahres, also 10 Monate geben $\frac{10}{12}$ oder $\frac{5}{6}$ eines Jahres. Nun schreibe man an die erste Stelle links die bekannten Frageglieder „15000 Mann und $\frac{5}{6}$ Jahr," und an die letzte Stelle rechts die gesuchten Lothe x, wie hier:

M. 15000 M. 12000 L. 64 L. x?
J. $\frac{5}{6}$ J. $\frac{3}{2}$

3) Man hebe links den Bruch $\frac{5}{6}$ auf, indem man den Nenner 6 ausstreicht, und zu den mittleren Gliedern als Faktor setzt, und rechts hebe man den Bruch $\frac{3}{2}$ auf, indem man den Nenner 2 ausstreicht, und ihn links an die erste Stelle als Faktor setzt. Jetzt multiplizire man alle an der Stelle der zwei mittleren Glieder stehenden Zahlen, und thue dieses auch mit allen an der Stelle des ersten Gliedes stehenden Zahlen; und dividire endlich das erhaltene erste Produkt mit dem zweiten, so gibt der gefundene Quotient die verlangte Schwere des Brodes, wie hier:

M. 15000 J. X 5 / ϕ / 2 / 75000 X 2 / 150000

M. 12000 J. 3 / 2 / 6

ℓ. 64 X 6 / 384 X 3 / 1152 X 12000 / 2304000 / 1152 / 13824000

ℓ x?

daher

13824ϕϕϕ : 150ϕϕϕ = 1350 / 324 : 150 = 300 / 24

$92\frac{24}{150}$ Loth = $92\frac{4}{25}$ Loth, weil man den Bruch $\frac{24}{150}$ mit 6 abkürzen kann.

Man darf also unter der gesetzten Bedingung täglich einem Manne 92 $\frac{4}{25}$ Loth, oder 2 Pfund 28 $\frac{4}{25}$ Loth geben, da 32 Loth ein Pfund betragen.

II. Auflösung:

Will man nach reesischer Form durch Abkürzung oder Verkleinerung die Auflösung vornehmen, so verfahre man auf diese Weise:

1) Man mache den Vertikalstrich, setze links das Zeichen der gesuchten Lothe, nämlich „L. x?“, und darunter die bekannten Frageglieder, als „15000 M. und $\frac{5}{6}$ Jahr“;

2) Rechts schreibe man alle Bedingungsglieder unter einander, also „12000 M., dann 1 $\frac{1}{2}$ Jahr = $\frac{3}{2}$ Jahr, und 64 Loth“;

3) Man hebe die Brüche durch Ausstreichung der Nenner und derer Versetzung auf die andere Seite des Vertikalstriches auf, und verkleinere dann auf die mögliche Weise;

4) Endlich multiplizire man die Zahlen rechts mit einander, und eben so die Zahlen links, und man dividire das Produkt der rechts stehenden Zahlen mit dem Produkte der links stehenden Zahlen, wie hier:

1) L. x?	
M. 15000	
J. $\frac{5}{6}$	

2) L. x?	12000 M.
M. 15000	$\frac{3}{2}$ J.
J. $\frac{5}{6}$	64 L.

3) L. x?	12ǂǂǂ
M. ǂ5ǂǂǂ	3 J.
J. 5	ǂ
ǂ	64
ǂ	ǂ
5	ǂ
25	2304

12

×3

36

×64

144

216

2304

daher 2304 | 92 $\frac{4}{25}$ Loth = 2 Pf.
: 25 | 28 $\frac{4}{25}$ Loth.
225
54
: 25
50
225
Rest 4

II. Beispiel:

Zur Probe für die vorstehende Auflösung des I. Beispieles setze man die Aufgabe:

Eine Besatzung von 15000 Mann kann 10 Monate oder $\frac{5}{6}$ Jahr von einem Vorrathe ernährt werden, wenn man täglich einem Manne 2 Pfund 28 $\frac{4}{25}$ Loth, oder 92 $\frac{4}{25}$ Loth Brod gibt; wie viele Lothe Brod darf man täglich einem Manne geben, wenn vom nämlichen Getraidvorrathe 12000 Mann 1 $\frac{1}{2}$ oder $\frac{3}{2}$ Jahr ernährt werden sollen?

I. Auflösung:

Weil man hier wegen des nämlichen Verhältnisses wieder eine Aufgabe der zusammengesetzten verkehrten Regel-Detri hat, so verfahre man ganz auf die vorige Weise, nämlich:

M. 15000 Loth 92 $\frac{4}{25}$
J. $\frac{5}{6}$

dann

M. 12000 M. 15000 L. 92 $\frac{4}{25}$ L. x?

J. 3 J. 5 ×25

3 5 464

25 2 184

6 2304

12000 ×15000

×3 11520000

36000 2304

×25 34560000

180000 ×5

72 172800000

900000 ×2

×6 345600000

5400000

endlich

3456ϕϕϕϕϕ | 64 L. = 2 Pf.

: 54ϕϕϕϕϕ |

324 |

216

: 54

216

—

Man darf also wieder jedem Manne täglich 64 Loth oder 2 Pfund geben.

II. Auflösung:

Nimmt man die Auflösung in teeßischer Gestalt

mittels der Verkleinerung oder Abkürzung vor, so verfahre man ebenfalls ganz auf die vorige Weise:

L.	x?	15000 M.	Es ist $92\frac{4}{25}$
M.	12000	$\frac{5}{6}$ J.	$\times 25$
J.	$\frac{3}{2}$	$92\frac{4}{25}$ L.	464
			184
			2304

daher

x?	15000
12000	5
3	6
2	2304
25	2
6	3
5	4608
72	

endlich

4608	
: 72	64 Loth = 2 Pfund.
432	Man darf also wieder
288	jedem Manne täglich
: 72	64 Loth oder 2 Pfund
288	geben.
288	

§. 96.

Die zusammengesetzte gerade und verkehrte Regel-Detri zugleich.

Beispiel:

Wenn 20 Arbeiter in 15 Tagen, im Falle sie täglich 8 Stunden arbeiten, eine Mauer verfertigen, die 40 Fuß lang, 1 ½ oder ³/₂ Fuß dick, und 20 Fuß hoch ist; wie viel Zeit werden 40 Arbeiter, die täglich 10 Stunden arbeiten, zu 2 Mauern verwenden, wovon jede 50 Fuß lang, 2 Fuß dick und 30 Fuß hoch ist?

Auflösung:

Weil die Auflösung dieser Aufgabe ohne Verkleinerung nach dem gewöhnlichen Regel-Detri-Ansatze zu beschwerlich wäre, so verfahre man mittels der Abkürzungen in reesischer Form auf diese Weise:

1) Damit man die ganze Aufgabe mit einem Blicke übersehen, und leichter untersuchen kann, in welchem Verhältnisse die Größen zu einander stehen, mache man sich einen so genannten Vorbereitungs-Ansatz, indem man links alle Bedingungsglieder, und rechts alle Frageglieder in eben dieser Ordnung untereinander schreibt, und allemal die gleichartigen Größen durch einen Doppelpunkt (:) trennt, wie hier:

Arb. 20 : 40
St. 8 : 10
M. 1 : 2
F. L. 40 : 50
F. D. $\frac{3}{2}$: 2
F H. 20 : 30
Tag 15 : x?

2) Nun vergleiche man alle Bestimmungsgrö-ßen mit den zu suchenden Tagen, damit man weiß, ob das gerade oder verkehrte Verhältniß da ist, und mache zur Unterscheidung beim verkehrten Verhältnisse an die Größen einen Querstrich (—), und beim geraden Verhältnisse ein Kreutz (+). Die Arbeiter und Stunden stehen mit den Tagen im verkehrten Verhältnisse, dagegen aber damit die Anzahl der Mauern und ihre Größe im gera-den Verhältnisse; desto weniger Tage braucht man nämlich, je mehr es Arbeiter sind, und je mehr Stunden sie täglich arbeiten: und desto mehr Tage braucht man, je mehrere Mauern man errichten soll, je länger, dicker und höher diese werden sollen; deswegen bezeichnet man die Größen so:

— Arb. 20 : 40
— St. 8 : 10
+ M. 1 : 2
+ L. 40 : 50
+ D. $\frac{3}{2}$: 2
+ H. 20 : 30
T. 15 : x?

3) Man mache den Vertikalstrich, schreibe links das Zeichen der gesuchten Tage „T. x?“, und

rechts 15 Tage; dann schreibe man unter x wegen des verkehrten Verhältnisses die Frageglieder „40 Arb. und 10 St.“, und wegen des geraden Verhältnisses darunter die Bedingungsglieder „1 M., dann 40 F. Länge, ferner $\frac{3}{2}$ F. Dicke, und 20 F. Höhe“; und rechts hinüber setze man der Ordnung nach allemal die gleichartigen und gleichnamigen Größen, wie hier:

T.	x?	dann	T.	x?	15 T.
Arb.	40		Arb.	40	20 Arb.
St.	10		St.	10	8 St.
M.	1		M.	1	2 M.
F. L.	40		F. L.	40	50 F. L.
F. D.	$\frac{3}{2}$		F. D.	$\frac{3}{2}$	2 F. D.
F. H.	20		F. H.	20	30 F. H.

4) Man hebe den Bruch auf, und nehme die möglichen Verkleinerungen vor:

x	15
$\not{4}\not{\phi}$	$\not{2}\not{\phi}$
$1\not{\phi}$	$\not{8}$
1	$\not{2}$
$\not{4}\not{\phi}$	$\not{5}\not{\phi}$
$\not{3}$	$\not{2}$
$\not{2}$	$\not{3}\not{\phi}$
$\not{2}\not{\phi}$	2
$\not{5}$	30
$\not{2}$	
1	

Weil 1 nichts dividirt, so hat man jetzt 30 Tage als die gesuchte Zahl gefunden; in dieser Zeit werden nämlich die 2 Mauern nach den gesetzten Bedingungen errichtet werden.

Anmerkung: Weil jetzt für alle möglichen Fälle in Absicht auf die Aufgaben der Regel-Detri die Re-

geln aufgestellt sind, so dürfte man zur Probe bei diesem Beispiele, wo 13 Glieder oder Sätze gegeben sind, jedes bekannte Glied als unbekannt annehmen, und man würde es, wenn die Rechnung richtig ist, und man auf die eben gezeigte Weise verfährt, wieder finden.

II. Abschnitt.

Von verschiedenen, im gemeinen Leben vorkommenden, Rechnungsfällen.

§. 97.

1) Aufgaben der Regel-Detri mit vorkommenden Reduktionen.

Beispiel:

Wie viel Gulden kosten 16 Zentner, wenn 1 Quintl 2½ Häller kostet?

Auflösung:

Weil früherhin schon gezeigt wurde, daß man bei dem gewöhnlichen Regel-Detri-Ansatze die Zentner auf Quintl reduziren, dann nach der einfachen geraden Regel-Detri den Werth derselben in Hällern berechnen, und diese auf Gulden reduziren mußte, so verfahre man kürzer nach dem reesischen Ketten-Ansatze, oder nach der Ketten-Regel, auf diese Weise:

1) Man setze nach gleichen Namen und Werthen an, „wie viel Gulden kosten 16 Zentner, wenn

1 Zentner 100 Pfund, 1 Pfund 32 Loth, und 1 Loth 4 Quintl hat, ferner wenn 1 Quintl 2 ½ oder $\frac{5}{2}$ Häller kostet, dann 8 Häller 1 Kreutzer, und 60 Kreutzer 1 Gulden geben?

fl.	x?	16	Ct.
Ct.	1	100	℔.
℔	1	32	L.
L.	1	4	Q.
Q.	1	$\frac{5}{2}$	H.
H.	8	1	kr.
kr.	60	1	fl.

2) Man hebe den Bruch auf, und verkleinere auf die mögliche Weise:

x	16	x	16 . 2		
1	100	1	10ϕ		
1	32	1	32		320
1	4	1	4 . 2		X2
1	$\frac{5}{2}$	1	5		640
8	1	8	2		X5
60	1	60	1		3200
		3	1		
			3200		

endlich

	22	
	3 2ϕϕ	1066 ⅔ fl.
	: 3333	
Rest	2	

16 Zentner kosten also unter dieser Bedingung 1066 $\frac{2}{3}$ fl., oder 1066 fl. 40 kr., da $\frac{1}{3}$ fl. gleich 20 kr., also $\frac{2}{3}$ fl. gleich 40 kr.

Probe.

Zur Probe sage man umgekehrt; „was kostet 1 Quintl, wenn 16 Zentner 1066 $\frac{2}{3}$ fl. kosten? Daher setze man nach der Ketten-Regel an: Wie viel Häller kostet 1 Quintl, wenn 4 Quintl 1 Loth, 32 Loth ein Pfund, und 100 Pfund 1 Zentner geben, und wenn 16 Zentner 1066 $\frac{2}{3}$ fl. oder $\frac{3200}{3}$ fl. kosten, dann 1 Gulden 60 Kreutzer, und 1 Kreutzer 8 Häller hat?

Hllr.	x?	1 Q.	daher	x		1	
Q.	4	1 L.		4		1	
L.	32	1 Pf.		32		1	
Pf.	100	1 Ztr.		1000		1	
Ztr.	16	$\frac{3200}{3}$	fl.	16		$\frac{32000}{3}$	
fl.	1	60 kr.				3	
kr.	1	8 Hllr.		1		8	
				1		8	
				1		4	
				8		2	
				2		5	
				2		5	

also	5	
:	2	2 $\frac{1}{2}$ Hllr.
	4	
Rest	1	

1 Quintl kostet also wieder 2 $\frac{1}{2}$ Häller.

Anmerkung: 1) Man sieht hier, daß sich solche Aufgaben auf vorstehende Weise nach dem Ketten-Ansatze oder der Kettenregel sehr bequem ansetzen und berechnen lassen.

§. 98.

a) Die einfache Gesellschafts-Regel.

Wenn mehrere Personen eine gewisse Summe zusammen legen, und nur nach der Größe der Einlagen der gemeinschaftliche Gewinnst oder Verlust vertheilt wird, so hat man die einfache Gesellschafts-Regel.

Dabei muß man alle Einlagen in eine Summe bringen, und nach der einfachen geraden Regel-Detri ansetzen: wenn auf die Summe aller Einlagen der ganze Gewinnst trifft, wie viel trifft auf die jedesmalige Einlage?

I. Beispiel:

Drei Kaufleute legen eine Summe zusammen; der erste 360 fl., der zweite 580 fl., und der dritte 660 fl.; sie gewinnen 400 fl., was trifft jedem seiner Einlage gemäß?

Auflösung:

1) Man bringe diese drei Einlagen in eine Summe;

Es ist diese gleich 1600 fl., da

A „ 360 fl.
B „ 580 „
C „ 660 „
Summe = 1600 fl.

2) Man setze nun an:

Einl. fl.	Gewin. fl.	E. fl.	G. fl.
a) 1600	400	360	x?

× 400

1440 ϕϕ | 90 fl. Gewinnst des ersten
: 16 ϕϕ
144

0

dann

E. fl.	G. fl.	E. fl.	G. fl.
b) 1600	400	580	x?

× 400

2320 ϕϕ | 145 fl. Gewinnst des zweiten.
: 16 ϕϕ
16

72
: 16
64

80
: 16
80

—

E. fl.	G. fl.	E. fl.	G. fl.
c) 1600	400	660	x?

× 400

2640 ϕϕ | 165 fl. Gewinnst des dritten.
: 16 ϕϕ
16

104
: 16
96

80
: 16
80

—

Probe.

Zur Probe bringe man die drei Gewinnste in eine Summe; diese muß 400 fl. betragen, wie hier:

Erster Gewinnst	=	90 fl.
Zweiter „	=	145 fl.
Dritter „	=	165 fl.
Zusam. als ganzer Gewin.	=	400 fl.

II. Beispiel:

Zur Probe des vorausgehenden I. Beispieles kann man auch die Aufgabe setzen: drei errichten eine Gesellschaft, und legen zusammen 1600 fl.; der erste gewinnt 90 fl., der zweite 145 fl. und der dritte 165 fl., wie groß war die Einlage eines jeden?

Auflösung:

1) Man addire die drei Gewinnste:

Erster Gewinnst	=	90 fl.
Zweiter „	=	145 fl.
Dritter „	=	165 fl.
Summe als ganzer Gewinnst	=	400 fl.;

2) Nun setze man an: zum ganzen Gewinnste von 400 fl. gehören 1600 fl. Einlage, wie viel Einlage gehört zum jedesmaligen Gewinnste?

	G. fl.	E. fl.	G. fl.	fl.
a)	400	1600	90	x?

× 90

1440 ϕϕ

: 4ϕϕ

12

24

: 4

24

0

360 fl. Einlage des ersten.

dann

	G. fl.	E. fl.	G. fl.	fl.
b)	400	1600	145	x?

× 1600

870

145

232000

weßhalb 2320 ϕϕ

: 4ϕϕ

20

32

: 4

32

0

580 fl. Einlage des zweiten.

endlich

G. fl.	E. fl.	G. fl.	E. fl.
c) 400	1600	165	x?

$$\begin{array}{r} \times 1600 \\ \hline 990 \\ 165 \\ \hline 2640\phi\phi \\ : \quad 4\phi\phi \\ 24 \\ \hline 24 \\ : \quad 4 \\ \hline 24 \\ \hline 0 \end{array}$$

660 fl. Einlage des dritten.

Diese drei gefundenen Einlagen betragen wirklich zusammen die ganze Einlage von 1600 fl.; nämlich

A	=	360 fl.
B	=	580 fl.
C	=	660 fl.
Ganze Einlage	=	1600 fl.

III. Beispiel:

Drei Personen errichten eine Gesellschaft. Die erste legt ein 120 fl., die zweite 150 fl., und die dritte 180 fl; sie handeln einige Zeit, und verlieren 124 fl. welcher Verlust trifft nun jeder im Verhältnisse zur Einlage?

Auflösung:

1) Man bringe die drei Einlagen in eine Summe:

Erste Einlage	=	120 fl.
Zweite „	=	150 fl.
Dritte „	=	180 fl.
Ganze Einlage	=	450 fl.

2) Nun setze man an: auf die ganze Einlage von 450 fl. trifft der ganze Verlust von 124 fl.; was trifft auf die jedesmalige Einlage?

	E. fl.	V. fl.	E. fl.	V. fl.
a)	450	124	120	x?

$$\begin{array}{r} \times 120 \\ \hline 248 \\ 124 \\ \hline 14880 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 1488\not{0} & 33\,\frac{3}{4\,5}\text{ fl.} = 33\,\frac{1}{1\,5}\text{ fl.,} \\ :\,45\not{0} & \text{Verlust des ersten, da man den} \\ 135 & \text{Bruch } \frac{3}{45} \text{ mit 3 abkürzen kann.} \\ \hline 138 & \\ :\,45 & \\ 135 & \\ \hline \text{Rest}\quad 3 & \end{array}$$

dann

	E. fl.	V. fl.	E. fl.	V. fl.
b)	450	124	150	x?

$$\begin{array}{r} \times\ 150 \\ \hline 620 \\ 124 \\ \hline 1860\not\phi \\ :\ 45\not\phi \\ 180 \\ \hline 60 \\ :\ 45 \\ \hline 45 \\ \hline \text{Rest}\quad 15 \end{array}$$

$41\frac{1}{4}\frac{5}{7}$ fl. $=$ $41\frac{1}{1}\frac{5}{7}$ fl.
Verlust des zweiten, der Bruch mit 3 verkl.

endlich

	E. fl.	V. fl.	E. fl.	V. fl.
c)	450	124	180	x?

$$\begin{array}{r} \times\ 180 \\ \hline 992 \\ 124 \\ \hline 2232\not\phi \\ :\ 45\not\phi \\ 180 \\ \hline 432 \\ :\ 45 \\ 405 \\ \hline \text{Rest}\quad 27 \end{array}$$

$49\frac{2}{4}\frac{7}{5}$ fl. $=$ $49\frac{9}{1}\frac{9}{5}$ fl.
Verlust des dritten, da man wieder den Bruch mit 3 verkleinert.

Diese drei Verluste geben zusammen wirklich den ganzen Verlust von 124 fl., nämlich:

A = 33 $\frac{7}{15}$ fl.
B = 41 $\frac{5}{15}$ fl.
C = 49 $\frac{9}{15}$ fl.

Ganzer Verlust = 124 fl.

Anmerkung: 1) Bei diesem letzten Beispiele verkleinerte ich die Brüche zur Erleichterung des Addirens bei der Probe absichtlich so, daß immer der nämliche Nenner 15 blieb.

2) Ohne besondere Anweisung kann man aus den bei der einfachen geraden Regel = Detri aufgestellten Regeln ermessen, wie sich solche Aufgaben auch bequem durch den reesischen Ansatz mittelst der Abkürzung oder Verkleinerung auflösen lassen.

3) Ganz nach der nämlichen Anweisung, wie bei der einfachen Gesellschafts-Rechnung, werden auch folgende Aufgaben gelöset:

a) Die Vermischungs-Rechnung, welche die Regeln angibt, nach welchen die Größe der verschiedenen Bestandtheile bestimmt wird, woraus eine Sache nach einem festgesetzten Verhältnisse zusammengesetzt werden soll;

b) Die Steuer-Rechnung, bei welcher im Verhältnisse zur Steuer, welche die Mitglieder des Staates bezahlen müssen, die Größe gewisser Lasten oder Vortheile bestimmt wird;

c) Die Brandassekuranz-Rechnung, bei welcher gewöhnlich bekannt gemacht wird, was man jährlich vom Hundert zu bezahlen hat, um darnach die Beitrage der einzelnen Mitglieder nach dem angenommenen Werthe ihrer Gebäude zu berechnen.

§. 99.

3) Die zusammengesetzte oder doppelte Gesellschafts-Rechnung.

Dieselbe findet statt; wenn nebst der Einlage auch die Zeit, binnen welcher dieselbe zum ge-

meinschaftlichen Zwecke hergegeben wird, zu berücksichtigen ist, um die Größe des Gewinnstes oder Verlustes zu berechnen.

Dabei muß man allemal die Einlage mit ihrer Zeit multipliziren, dann die erhaltenen Produkte addiren, und hierauf nach den Regeln der einfachen Gesellschafts-Rechnung verfahren.

I. Beispiel:

Drei Kaufleute machen eine Gesellschaft. Der Kaufmann A legt 500 fl. 4 Monate, B 800 fl. 6 Monate, und C 1000 fl. 8 Monate ein; sie gewinnen zusammen 396 fl.; was trifft nun jedem im Verhältnisse zur Einlage und Zeit zugleich?

Auflösung:

1) Man multiplizire allemal die Einlage mit der Zeit, und bringe die drei Produkte in eine Summe; es ist

A) 500 × 4 = 2000,
B) 800 × 6 = 4800
C) 1000 × 8 = 8000

Summe = 14800;

2) Man setze nach der einfachen geraden Regel-Detri an:

Summe	G. fl.	Produkt	G. fl.
a) 14800	396	2000	x?

× 2000

7920 ϕϕ : 148 ϕϕ = 53 $\frac{76}{148}$ fl. = 53 $\frac{19}{37}$ fl.,
740 Gewinnst von A, da
520 man den Bruch $\frac{76}{148}$
: 148 mit 4 verkleinert.
444
Rest 76

dann

Summe	G. fl.	Produkt	G. fl.
b) 14800	396	4800	x?

× 4800

3168
1584

19008 ϕϕ : 148 ϕϕ = 128 $\frac{64}{148}$ fl. = 128 $\frac{16}{37}$ fl., Gewinnst von
148 B, weil man den Bruch
420 $\frac{64}{148}$ mit 4 verkleinern
: 148 kann.
296
1248
: 148
1184
Rest 64

endlich

	Summe	G. fl.	Produkt	G. fl.
c)	14800	396	8000	x?

× 8000

31680 ϕϕ | 214 $\frac{8}{1\,4\,8}$ fl. = 214 $\frac{2}{3\,7}$ fl. Gewinnst von C, weil man den Bruch $\frac{8}{1\,4\,8}$ mit 4 verkleinern kann.
: 148 ϕϕ
296

208
: 148
148

600
: 148
592

Rest 8

3) Zur Probe zähle man diese drei Gewinnste zusammen, es muß ihre Summe den ganzen Gewinnst von 396 fl. betragen:

A) 53 $\frac{1\,2}{3\,7}$ fl.
B) 128 $\frac{1\,6}{3\,7}$ fl.
C) 214 $\frac{2}{3\,7}$ fl.

Summe = 396 fl.

II. Beispiel:

Drei Personen A, B und C legen zusammen. Die Person B zweimal so viel als A, und C dreimal so viel als B. Die Person A bleibt in der Gesellschaft 10, die Person B 12, und die Person C 15 Monate. Sie haben zu theilen 620 fl. als die gemeinschaftliche Einlage; wie viel hat jede eingelegt?

Auflösung:

1) Bei der Person A gibt 1, mit 10 multiplizirt, die Zahl 10; dann bei der Person B gibt 2, mit 12 multiplizirt, die Zahl 24; und bei der Person C gibt 6, mit 15 multiplizirt, die Zahl 90;

2) Die drei gefundenen Zahlen 10, dann 24 und 90 bringe man in eine Summe, es ist 10 + 24 + 90 = 124;

3) Man setze nach der einfachen geraden Regel:Detri an:

Summe	E. fl.	Produkt	E. fl.
a) 124	620	10	x?

620 × 10 = 6200

6200 : 124 = 50 fl. Einlage der Person A.

620

0

Summe	E. fl.	Produkt	E. fl.
b) 124	620	24	x?

620 × 24 = 14880

248

124

14880 : 124 = 120 fl. Einlage der Person B.

124

248

248 : 124 = 2

248

0

	Summe	E. fl.	Produkt	E. fl.
c)	124	620	90	x?

620 × 90

55800 | 450 fl. Einlage der Per-
: 124 | son C.
496

620
: 124
620

0

3) Zur Probe zähle man diese drei Einlagen zusammen, ihre Summe muß die ganze Einlage von 620 fl. betragen:

Einlage der Person A = 50 fl.
" " " B = 120 fl.
" " " C = 450 fl.

Als Summe die ganze Einl. = 620 fl.

§. 100.

4) Die Alligations- oder Verbindungs-Regel.

I. Beispiel:

Ein Getraidhändler hat dreierlei Gersten, nämlich 8 Schäffel zu 5 fl., dann 10 Schäffel zu 5 ½ fl., und 12 Schäffel zu 6 fl. Er vermischt diese unter einander; welchen Werth hat das gemischte Schäffel?

Auflösung:

1) Nach der einfachen geraden Regel-Detri berechne man den Werth einer jeden Sorte, nämlich:

a) Wenn 1 Schäffel 5 Gulden kostet, was kosten 8 Schäffel?

Sch.	fl.	Sch.	fl.
1	5	8	x?
	X 8		
	40 fl., so viel kosten 8 Schäffel der ersten Sorte.		

b) Wenn 1 Schäffel 5 ½ Gulden kostet, was kosten 10 Schäffel?

Sch.	fl.	Sch.	fl.	
1	5 ½	10	x?	
X 2	X 2	daher	x	55 fl. so viel
2	11		x x ϕ	kosten 10
X 10			: x x	Sch. der
110				zw. Sorte.

c) Wenn 1 Schäffel 6 Gulden kostet, was kosten 12 Schäffel?

Sch.	fl.	Sch.	fl.
1	6	12	x?
		X 6	
		72 fl., so viel kosten 12 Sch. der dritten Sorte.	

2) Man zähle jetzt die Schäffel von allen drei Sorten zusammen, und thue auch dieses bei ihren so eben berechneten Werthen:

8	Schäffel	erste Sorte	gilt	40 fl.
+10	„	zweyte „	„	55 „
+12	„	dritte „	„	72 „
30	Schäffel;			167 fl., Werth des gesammten Getraides.

3) Nun berechne man den Werth eines Schäffels gemischten Getraides, indem man sagt: „30 Schäffel kosten 167 fl., was kostet 1 Schäffel?

Sch.	fl.	Sch.	fl.	
30	167	1	x?	
	× 1	daher	167 : 30	$5\frac{17}{30}$ fl.
	167		150	
		Rest	17	

Ein Schäffel gemischten Getraides kostet also $5\frac{17}{30}$ fl., oder 5 fl. 34 kr., indem der 30ste Theil eines Guldens ein halben Batzen, oder 2 kr. beträgt, und deßhalb 17 solche Theile 34 Kreutzer geben.

4) Zur Probe setze man nach der einfachen geraden Regel-Detri an: „wenn 1 Schäffel $5\frac{17}{30}$ fl. kostet, was kosten 30 Schäffel?

Sch.	fl.	Sch.	fl.
1	5 $\frac{17}{30}$	30	x?

$$\begin{array}{r} 1 \\ \times 30 \\ \hline 30 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 5\,\frac{17}{30} \\ \times 30 \\ \hline 150 \\ +17 \\ \hline 167\text{ fl.} \end{array} \qquad \begin{array}{r} 167 \\ \times 30 \\ \hline 5010 \\ :\ 3 \\ \hline 20 \\ :\ 3 \\ \hline 18 \\ \hline 21 \\ :\ 3 \\ \hline 21 \end{array} \quad \Big| \; 167\text{ fl.}$$

Weil man hier mit 30 multipliziren und mit 30 dividiren muß, so findet man auch ohne Multiplikation und Division, daß diese 30 Schäffel zu 5 $\frac{17}{30}$ fl. wieder 167 fl. kosten.

II. Beispiel:

Ein Goldschmidt hat zweierlei Silber, nämlich 2 Mark 12 löthiges und 3 Mark 7 löthiges Silber; dieses schmelzt er zusammen; es ist nun die Frage, von welcher Sorte das gemischte Silber ist?

Auflösung:

1) Man berechne das gute oder ächte Silber, das in 2 Mark, und in 3 Mark enthalten ist, indem man sagt:

a) Ein Mark hält 12 Loth, was halten 2 Mark?

M.	L.	M.	L.
1	12	2	x?

$$\begin{array}{r} 12 \\ \times 2 \\ \hline 24, \end{array}$$

also 24 Loth feines Silber

b) Ein Mark hält 7 Loth, was halten 3 Mark?

M.	L.	M.	L.
1	7	3	x?

× 3

21, also 21 Loth feines Silber.

2) Man addire die 2 Mark und 3 Mark, und die gefundenen 24 und 21 Loth feines Silber; die erste Summe beträgt 5 Mark, und die zweite 45 Loth feines Silber, wie hier:

2 M.	24 Loth f. Silb.
+3 M.	21 Loth f. Silb.
5 Mark	45 Loth feines Silber.

3) Man berechne nun, was feines Silber auf eine Mark trifft, indem man sagt, in 5 Mark sind 45 Loth feines Silber enthalten, wie viel feines Silber hält eine Mark?

M.	L.	M.	L.
5	45	1	x?

× 1

45 | 9 Loth feines Silber.
: 5

Es war also das gemischte Silber 9 löthiges Silber, weil man ein Silber 9 löthig nennt, wenn in einer Masse von einer Mark oder 16 Lothen enthalten sind 9 Loth ächtes oder feines Silber, das ist, ein solches, welches keinen Zusatz von einem anderen Metalle enthält.

4) Zur Probe sage man: „wie viel feines Silber ist in 5 Mark enthalten, wenn in einem Marke 9 Loth enthalten sind?

M.	L.	M.
1	9	5
	X 5	
	45, also 45 Loth f. Silber.	

III. Beispiel:

Ein Weinwirth hat dreierlei Weine, von der ersten Sorte 2 Eimer die Maaß zu 10 kr., von der zweyten Sorte 3 Eimer die Maaß zu 32 kr., und von der dritten Sorte 4 Eimer 16 Maaß, die Maaß zu 18 kr. Diese dreierlei Weine werden unter einander gemischt; wie hoch kommt die Maaß des gemischten Weines?

Auflösung:

1) Man berechne den Werth jeder einzelnen Sorte, indem man sagt:

a) Eine Maaß kostet 10 kr., was kosten 2 Eimer, oder, wenn man die 2 Eimer zu Maaß macht, was kosten 120 Maaß?

M.	kr.	Eimer	fl.
1	10	2	x?
120 kr.	20 fl.	X 60	
: 6		120 Maaß	
12		X 10	
		1200 kr., diese betragen 20 fl., da 1200 mit 60 dividirt 20 gibt.	

b) Eine Maaß kostet 12 kr., was kosten 3 Eimer 32 Maaß, oder 212 Maaß, da der Eimer 60 Maaß hält?

M.	kr.	Eimer	M.	fl.
1	12	3	32	x?

× 60

180 Maaß
+ 32 Maaß

212 Maaß
× 12

424
212

2544 kr.

Die 2544 kr. mache man zu Gulden.

2544 kr. : 60 = 42 fl. 24 kr.

240

144
: 60
120

Rest 24 kr.

Die 3 Eimer 32 Maaß betragen also 42 fl. 24 kr.

c) Eine Maaß kostet 18 kr., was kosten 4 Eimer 16 Maaß, oder 256 Maaß?

M.	kr.	E.	M.	fl.
1	18	4	16	x?

× 60 dann 256
× 18

240 M.
+ 16 M.

256 Maaß
256

2048
256

4608 kr.

Die 4608 kr. mache man durch die Division mit 60 zu Gulden:

```
4608 | 76 fl. 48 kr.
 :60 |
-----
Rest 48 kr.
```

Die 4 Eimer 16 Maaß kosten also 76 fl. 48 kr.

2) Man bringe alle drei Weinsorten in eine Summe, und auch ihre so eben berechneten Werthe, und reduzire das ganze Quantum des Weines auf Maaß, und ihren Gesammtbetrag auf Kreutzer, wie hier:

```
a)  2 Eimer
   +3 Eimer    32 Maaß
   +4   "      16   "
-------------------------
   9 E.        48 Maaß
  60 M.
-----------
 540 Maaß
+48 Maaß
-----------
 588 Maaß

b)  20 fl.
   +42 fl.  24 kr.
   +76 fl.  48 kr.
-------------------
  139 fl.  12 kr.
  X60
-----------
 8340 kr.
+12 kr.
-----------
 8352 kr.
```

3) Man berechne nun eine Maaß des gemischten Weines, indem man sagt: 588 Maaß kosten 8352 kr., was kostet 1 Maaß?

M.	kr.	M.	kr.
588	8352	1	x?

× 1

8352 : 588 = 14 $\frac{120}{588}$ kr., oder 14 $\frac{10}{49}$ kr.; da man den Bruch $\frac{120}{588}$ mit 4 und 3 abkürzen kann.

2472
: 588
2352

Rest 120

Multiplizirt man $\frac{10}{49}$ kr. mit 8, und reduzirt man so die Kreutzer auf Häller, so erhält man $\frac{80}{49}$ Häller oder 1 $\frac{31}{49}$ Häller, da $\frac{10}{49} \times 8 = \frac{80}{49} = 1\frac{31}{49}$.

Es kostet also eine Maaß gemischten Weines 14 kr. 1 $\frac{31}{49}$ Häller.

4) Zur Probe wird man den nämlichen Erlöß des ganzen Gemisches finden, wenn man ansetzt:

Eine Maaß gemischten Weines kostet 14 $\frac{10}{49}$ kr., was kosten 9 Eimer 48 Maaß?

M.	kr.	E.	M.	fl.
1	14 $\frac{10}{49}$	9	48	x?

× 49 × 49 × 60

49 126 540

56 48

686 588 Maaß

+10

696

Man multiplizire 696 mit 588, und dividire das Produkt mit 49:

696	daher	409248 kr.	8352 kr.
588		: 49	
5568		392	
5568		172	
3480		: 49	
409248 kr.		147	
		254	
		: 49	
		245	
		98	
		: 49	
		98	
		—	

Diese 8352 kr. mache man durch die Division mit 60 zu Gulden:

751	
8352 kr.	139 fl. 12 kr.
: 6660	
Rest 12 kr.	

Die 9 Eimer 48 Maaß gemischten Weines kosten demnach wirklich wieder 139 fl. 12 kr.

IV. Beispiel:

Ein Wirth hat 150 Maaß guten Wein, die Maaß zu 30 kr.; wie viel Wasser darf er darunter gießen, wenn die Maaß 25 kr. kosten soll?

Auflösung:

1) Man subtrahire den Preis 25 kr. von Preise 30 kr., der Unterschied beträgt 5 kr.:

30 kr.
—25 kr.
Rest 5 kr.

2) Nach der einfachen geraden Regel-Detri setze man an:

kr.	M.	kr.	M.
25	150	5	x?

× 5

750 | 30 Maaß.
: 25

Man darf also 30 Maaß Wasser daran gießen.

3) Zur Probe addire man die 30 Maaß zu 150 Maaß, und berechne den Werth der erhaltenen 180 Maaß zu 25 kr., und den vorigen Werth der anfangs da gewesenen 150 Maaß zu 30 kr., man muß beiderseits das nämliche erhalten, wenn die Rechnung richtig ist:

a) Wenn 1 Maaß 30 kr. kostet, was kosten 150 Maaß?

M.	kr.	M.	fl.
1	30	150	x?

× 30

4500 kr.

Die 4500 kr. zu Gulden gemacht.

3	75 fl. kosten die 150
4 5 0 0	Maaß zu 30 kr.
: 6 3 0	

b) Wenn 1 Maaß 25 kr. kostet, was kosten 180 Maaß?

M.	kr.	M.	fl.
1	25	180	x?

× 25

900

360

4500

3	1
4 5 0 0 kr.	75 fl.
: 6 3 0	

V. Beispiel:

Einer hat 20 Mark fein Silber; wie viel darf er Kupfer beisetzen, daß die Mark 13 löthig wird?

Auflösung:

1) Man subtrahire 13 von 16, weil 1 Mark 16 Loth hat, man erhält zum Reste die Zahl 3 Loth;

2) Diese Zahl 3 schreibe man beim Ansatze der einfachen geraden Regel-Detri an die dritte Stelle, dagegen aber die 20 Mark an die zweite Stelle, und an die erste Stelle die vorhin gefundenen 3 Loth wie hier:

L.	M.	L.	M.
13	20	3	x?

× 3

60 | 4 $\frac{8}{13}$ Mark, so viel Kupfer
: 13 | darf man zusetzen.
52 |
8

3) Zur Probe addire man zu 20 Mark die gefundenen 4 $\frac{8}{13}$ Mark, man erhält 24 $\frac{8}{13}$ Mark, und man berechne in Lothen das darin enthaltene feine Silber, und das feine Silber der anfangs gegebenen 20 Mark; es muß beiderseits das nämliche herauskommen:

a) Wenn ein Mark feines Silber 16 Loth enthält, welches feine Silber enthalten 20 Mark?

M.	L.	M.	fl.
1	16	20	x?

× 20

320 Loth feines Silber.

	M.	L.	M.	fl.
b)	1	13	24 $\frac{8}{13}$	x?

13 × 13

72

24

312

+ 8

320 Loth.

Weil man mit 13 multipliziren, und mit 13 dividiren soll, so unterläßt man die Multiplikation und Division; man findet, daß auch in der

gemischten Maaße von $24\frac{8}{13}$ Mark 13 löthigen Silbers 320 Loth feines Silber enthalten sind.

VI. Beispiel:

Es hat Jemand einen Wein, wovon die Maaß 30 kr. kostet, und einen anderen, wovon der Werth für eine Maaß gefunden werden soll; von der ersten Sorte wurden zur Mischung $33\frac{1}{3}$ Maaß, und von der zweiten wurden dazu $26\frac{2}{3}$ Maaß genommen; wie theuer ist nun die zur Mischung genommene zweite Sorte, wenn 1 Maaß des gemischten Weines 24 kr. kostet?

Auflösung:

1) Man berechne den Werth der ersten Sorte, wovon die Maaß 30 kr. kostet, und zugleich, nachdem man vorhin, um das Quantum des ganzen Gemisches zu finden, $33\frac{1}{3}$ Maaß zu $26\frac{2}{3}$ addirt hat, den Werth des ganzen Gemisches von 60 Maaß; indem man sagt:

a) Wenn eine Maaß 30 kr. kostet, was kosten $33\frac{1}{3}$ Maaß?

M.	kr.	M	fl.
1	30	$33\frac{1}{3}$	x?
3		$\times 3$	
		100	
		$\times 30$	
		3000 kr.	1000 kr., dieses geben $16\frac{4}{6}$ fl. $= 16\frac{2}{3}$ fl.
		: 3333	da man mit 2 verkleinern kann.

b) Eine Maaß des ganzen Gemisches kostet 24 kr., was kosten $33\frac{1}{3}$ Maaß und $26\frac{2}{3}$ Maaß, oder 60 Maaß, da $33\frac{1}{3}$ Maaß + $26\frac{2}{3}$ Maaß = 60 Maaß?

M.	kr.	M.	fl.
1	24	60	x?

× 60

1440 kr., diese geben 24 fl., da

1440 kr. | 24 fl.
: 60

2) Man subtrahire den ersten Werth $16\frac{2}{3}$ fl., von 24 fl., man erhält als Rest $7\frac{1}{3}$ fl., wie hier:

24 fl.
$-16\frac{2}{3}$ fl.
Rest $7\frac{1}{3}$ fl.

3) Man berechne daraus den Preis einer Maaß der zweiten Sorte, von welcher $26\frac{2}{3}$ Maaß genommen wurden, indem man sagt: $26\frac{2}{3}$ Maaß kosten $7\frac{1}{3}$ fl., was kostet eine Maaß?

M.	fl.	M.	fl.
$26\frac{2}{3}$	$7\frac{1}{3}$	1	x?
× 3	× 3	3	
80	22		
3			

Wenn man 22 mit 80 dividirt, so erhält man $\frac{22}{80}$ fl., oder wenn man mit 2 verkleinert, $\frac{11}{40}$ fl.; macht

man diese Gulden durch die Multiplikation mit 60, oder auch nach dem Regel-Detri-Ansatze zu Kreutzern, so findet man daß eine Maaß der zweiten Sorte $16\frac{1}{2}$ kr. kostet; es ist nämlich:

$\frac{11}{40}$ fl. × 60 = $\frac{660}{40}$ kr. = $16\frac{20}{40}$ kr. = $16\frac{1}{2}$ kr.;

oder man sage: „ein Gulden gibt 60 kr., wie viel Kreutzer geben $\frac{11}{40}$ fl.?

fl.	kr.	fl.	kr.
1	60	11	x?
× 40	× 11		
40	660		

daher

22	16 $\frac{20}{40}$ kr. = 16 $\frac{1}{2}$ kr.
880	
: 44	
20	

Rest

4) Zur Probe berechne man, was 26 $\frac{2}{3}$ Maaß kosten, da 1 Maaß 16 $\frac{1}{2}$ kr. kostet, indem man sagt: „1 Maaß kostet 16 $\frac{1}{2}$ kr., wie viel Gulden kosten 26 $\frac{2}{3}$ Maaß?

M.	kr.	M.	fl.
1	16 $\frac{1}{2}$	26 $\frac{2}{3}$	x?
2	× 2	× 3	
3	33	80	
6	× 80		
	2640		

daher

2	
2640	440 kr.
: 6	

Die 440 kr. mache man zu Gulden durch die Division mit 60:

2	
440 kr.	$7\frac{20}{60}$ fl. $= 7\frac{1}{3}$ fl.,
60	da man mit 20 verkleinern kann.
Rest 20 kr.	

Man findet dadurch, daß $26\frac{2}{3}$ Maaß wirklich $7\frac{1}{3}$ fl. oder 7 fl. 20 kr. kosten, wenn eine Maaß $16\frac{1}{2}$ kr. kostet.

Anmerkung: Es gibt bei der Alligations- oder Verbindungs-Regel noch andere Fälle, die ich der Kürze wegen nicht anführe, da man sie leicht nach dem auflösen kann, was früherhin bei den Aufgaben der Regel-Detri, und so eben in diesem §. in Absicht auf jene Regel gesagt wurde.

§. 101.

5) Die Tara zum und vom Zentner.

Die Tara auf den oder zu dem Zentner findet statt, wenn man jedesmal etliche Pfund zum Zentner gibt, die dann vor der Berechnung des Werthes zu den Zentnern addirt werden.

Die Tara vom Zentner ist da, wenn von gekauften oder verkauften Waaren ein gewisser Abgang in den Waaren abzurechnen ist; wo dann diese Tara vom Zentner abgezogen wird, um das Netto oder die noch vorhandene Waare zu finden.

I. Beispiel:

Vier mit einer gewissen Waare gefüllte Fässer

wägen zusammen 33 Zentner; auf den Zentner gehen 10 Pfund Tara, und jeder Zentner kostet netto 7 ½ fl.; was beträgt das Ganze?

Auflösung:

1) Man addire zum Zentner oder zu 100 Pfund diese 10 Pfund, und reduzire durch die Multiplikation mit 100 die 33 Zentner auf Pfund, wie hier:

100 Pf. + 10 : 110 Pfund — dann — 33 Ztr. × 100 : 3300 Pfund.

2) Nun berechne man nach der einfachen geraden Regel-Detri den Werth von den 33 Zentnern oder 3300 Pfunden, indem man sagt: auf 110 Pfund trifft die Zahlung von 7 ½ fl., was trifft auf 3300 Pfund?

Pf.	fl.	Pf.	fl.
110	7 ½	3300	
× 2	× 2	× 15	
220	15	165	
		33	
		4950 ϕ	225 fl.
		: 22 ϕ	
		44	
		55	
		: 22	
		44	
		110	
		: 22	
		110	

Die 33 Zentner betragen demnach auf diese Weise 225 fl.

II. Beispiel:

Einer kauft 8 Zentner Baumöhl; die Tara beträgt vom jedem Zentner 10 Pfund, und der Zentner kostet 10 ½ fl., was kosten jene 8 Zentner?

Auflösung:

1) Weil man die Tara auf einen Zentner weiß so berechne man sie zuerst auf 8 Zentner:

Ztr.	Pf.	Ztr.	Pf.
1	10	8	x?

X 8

80 Pfund Tara von 8 Zentner.

2) Man subtrahire die ganze Tara, nämlich die 80 Pfund von den 8 Zentnern, es bleiben noch 7 Zentner 20 Pfund, oder 720 Pfund, und man berechne jetzt den Preis für diese 720 Pfund, indem man sagt: 100 Pfund kosten 10 ½ fl., was kosten 720 Pfund?

Pf.	fl.	Pf.	fl.
100	10 ½	720	x?

X 2 | X 2 | X 21

200 | 21 | 72

144

15120

Man dividire 15120 mit 200:

1512ϕ	75 $\frac{12}{20}$ fl., oder 75 $\frac{3}{5}$ fl. weil
: 20ϕ	man den Bruch $\frac{12}{20}$ mit 4 ab-
140	kürzen kann.

112
20
100
Rest 12

Nach Abzug der Tara kosten also diese 8 Zentner noch 75 $\frac{1}{5}^{3}$ fl., oder 75 fl 36 kr., da ein Fünftel eines Guldens 12 Kreutzer beträgt.

III. Beispiel:

Jemand kauft Schmalz in einem Gefäß, das mit jenem 83 Pfund wiegt; das Gefäß wiegt nach ausgeleerten Schmalze 17 Pfund, und das Pfund Schmalz kostet 11 $\frac{1}{2}$ kr., wie viel ist noch für das Schmalz zu zahlen?

Auflösung:

1) Man subtrahire die Schwere des Gefäßes, somit 17 Pfund von 83 Pfund, man findet, daß das Schmalz für sich allein 66 Pfund wiegt;

2) Nach der einfachen geraden Regel-Detri setze man jetzt an: 1 Pfund kostet 11 $\frac{1}{2}$ kr., wie viel Gulden kosten 66 Pfund?

Pf.	kr.	Pf.	fl.
1	11 $\frac{1}{2}$	66	x?
X2	X2	X23	dann
2	23	198	11
		132	1518 | 759kr.
		1518	: 222
			22

Die 759 kr. mache man durch die Division mit 60 zu Gulden:

759 kr.	12 fl. 39 kr.
660	
Rest 39 kr.	

Das Schmalz kostet demnach 12 fl. 39 kr.

IV. Beispiel:

Jemand kauft ein Fuder Heu, welches 34 ½ Zentner wiegt; der Zentner kostet 11 ½ Batzen, und nach abgeladenem Heu wiegt der leere Wagen 8 ¼ Zentner, was ist für das Heu zu bezahlen?

Auflösung:

1) Man subtrahire das Gewicht des Wagens, somit 8 ¼ Zentner von 34 ½ Zentner, wie hier:

34 ½ Zentner
— 8 ¼ Zentner
Rest 26 ¼ Zentner.

2) Man berechne jetzt den Werth des Heues, das für sich allein 26 ¼ Zentner wiegt, indem man sagt: 1 Zentner kostet 11 ½ Batzen, was kosten 26 ¼ Zentner?

Ztr.	Batzen	Ztr.	fl.
1	11 1/2	26 1/4	x?
2	X 2	X 4	
X 4	23	105	
8		X 23	
		315	
		210	
		2415	

Man dividire 2415 mit 8

	17	
	2415	301 7/8 Batzen.
:	888	
	7	
Rest		

Die 301 Batzen mache man zu Gulden durch die Division mit 15, weil 1 Gulden 15 Batzen hat:

	301 Batz.	20 fl. 1 Batzen
:	15	
	30	
Rest	1	

Zählt man dazu den vorigen Bruch 7/8, so findet man daß dieses Heu 20 fl. 1 7/8 Batzen, oder 20 fl. 1 Batzen und 3 1/2 Kreutzer kostet, da 1 Batzen 4 Kreutzer hat, also 7/8 Batzen 4 mal 7/8 kr.; oder 28/8 kr. = 3 4/8 kr. = 3 1/2 kr. betragen:

V. Beispiel:

Einer kauft ein Mäß Buchenholz für 7 fl. 30 kr.; es ging aber nach gemessenem Holze ½ Viertel ab; was ist für dieses Holz zu bezahlen?

Auflösung:

Da das ganze Mäß 4 Viertel, mithin 8 halbe Viertel hält, und ein halbes Viertel abging, so sind noch 7 halbe Viertel zu bezahlen; man setze also an: 8 halbe Viertel kosten 7 fl. 30 kr., oder 7 ½ fl., was kosten 7 halbe Viertel.

Hl. B.	fl.	Hl. B.	fl.
8	7 ½	7	x?
X2	X2	dann 105	: 6 9/17 fl.
16	15	: 16	
	X7	96	
	105	Rest 9	

Reduzirt man endlich die 9/17 fl. auf Kreutzer, so findet man, daß dieses Holz 6 9/17 fl., oder 6 fl. 33 ¾ kr. kostet, da

60	dann 540	: 33 12/17 kr. =
X9	: 16	33 ¾ kr.
540	48	
	60	
	: 16	
	48	
	Rest 12	

Anmerkung: Weil bisher bei Aufgaben dieser Art fast immerhin die Probe gemacht wurde, so werde ich diese letztere nur selten mehr beifügen; wie eine solche gemacht werden muß, ist aus dem bisher gezeigten zureichend ersichtlich, und bedarf keiner weiteren Anweisung mehr.

§. 102.

6) Die Gewinnst- und Verlust-Rechnung.

Bei diesen Rechnungen muß man acht haben, wie theuer ein gewisses Maaß oder Gewicht gekauft oder verkauft wird, am gelösten Gelde zu ermessen, was man gewonnen oder verloren hat.

Was man an einer Waare gewinnen will, muß man zum Hauptgute addiren; hat man aber an einer Waare verloren, so muß man den Verlust vom Hauptgute subtrahiren. Die Zahlen werden dann nach dem gewöhnlichen Regeldetri-Ansatze angesetzt, mit der Berücksichtigung, daß wieder das erste und dritte Glied gleichnamig sein muß.

I. Beispiel:

Wenn man an einem Pfund Waare 12 kr. gewinnt, wie viel muß man Zentner hingeben, bis man 100 fl. gewinnt?

Auflösung:

Man setze nach der einfachen geraden Regel-Detri an: für den Gewinnst von 12 kr. gibt man 1 Pfund hin, wie viel muß man zum Gewinnste von 100 fl. hingeben?

kr.	Pf.	fl.	Ztr.
12	1	100	x?

60

6000 kr.

×1

6000 | 500 Pfund

: 12

Man muß also 500 Pfund, oder, da der Zentner 100 Pfund hat, zu diesem Gewinnste 5 Zentner hingeben. Weil beim vorstehenden Ansatze das erste Glied Kreutzer ausdrückt, so mußte man zuerst das dritte Glied gleichnamig machen, und deßhalb die 100 fl. durch die Multiplikation mit 60 auf Kreutzer reduziren.

II. Beispiel:

Jemand kauft einen Zentner Waare, das Pfund zu 24 kr.; wie soll er das Pfund wieder hingeben, daß er 5 fl. am Zentner gewinnt?

Auflösung:

1) Man berechne zuerst den Werth eines Zentners oder von 100 Pfund beim Preise des Pfundes zu 24 kr.:

Pfund	kr.	Ztr.
1	24	1
	×100	×100
	2400 kr. | 40 fl.	100 Pf.
	: 60	

Der Zentner kostet also bei diesem Preise 2400 kr., oder 40 fl., da der Gulden 60 Kreutzer hat.

2) Man addire den beabsichtigten Gewinnst von 5 fl. zu diesen 40 fl., man erhält 45 fl., und sage jetzt: 1 Zentner oder 100 Pfund kosten 45 fl., was kostet 1 Pfund?

Ztr.	fl.	Pf.	kr.
1	45	1	x?
× 100	60		
100 Pf.	2700 kr.		

Man dividire die 2700 kr. mit 100:

2700 kr. | 27 kr.
: 100

Um 27 kr. muß man also das Pfund hingeben, um am Zentner 5 Gulden zu gewinnen.

III. Beispiel:

Jemand verkauft 6 Zentner 24 Pfund, und gewinnt an jedem Pfund 6 ½ kr.; wie groß ist der ganze Gewinnst?

Auflösung:

Nach der einfachen geraden Regel: Detri setze man an: an einem Pfunde gewinnt man 6 ½ kr., wie viel gewinnt man an 6 Zentnern oder 600 Pfunden?

Pf.	kr.	Ztr.	fl.
1	6½	6	x?
×2	×2	×100	
2	13	600 Pfund	
	×600		
	7800		

x

daher 7800 kr. | 3900 kr.
: 2222

Die 3900 kr. mache man durch die Division mit 60 zu Gulden:

33

3900 kr. | 65 fl.
: 60

Im ganzen gewinnt man also 65 fl.

IV. Beispiel:

Jemand kauft im Auslande 228 Eimer Wein, jeden Eimer zu 3 fl. 45 kr., und hat 325 fl. Auslagen oder Unkosten, bis der Wein an seinen Bestimmungsort kommt, wenn man nun an diesem Weine 150 fl. gewinnen will, wie theuer muß man den Eimer hingeben?

Auflösung:

1) Zuerst berechne man den Werth der 228 Eimer, wenn 1 Eimer 3 fl. 45 kr. kostet:

E.	fl.	kr.	E.	fl.
1	3	45	228	x?

× 60

180 kr.
+ 45 kr.

225 kr.
× 228

1800
450
450

51300 kr.

Man hat nämlich hier die 3 Gulden auf Kreuzer reduzirt, alle Kreutzer, somit 225 mit 228 multiplizirt, und dadurch 51300 kr. erhalten, die man noch auf Gulden reduzirt:

3 3 |
5 1 3 0 0 | 855 fl.
: 6 6 6 0 |

Die 228 Eimer kosten also 855 fl.

2) Man zähle zu diesem Werthe die Unkosten, und den zu bezweckenden Gewinnst, man erhält 1330 als Summe, wie man hier sieht:

fl. 855 Werth des angekauft. Weines,
: 325 Unkosten,
: 150 Gewinnst,

Summe = 1330 fl.

3) Man setze jetzt ferner an, und sage: 228 Eimer sollen den Erlöß von 1330 fl. geben, was soll ein Eimer kosten?

Eim.	fl.	Eim.	fl.
228	1330	1	x?

× 1

1330 | 5 fl. $\frac{1}{2}\frac{9}{2}\frac{0}{8}$ fl., oder 5 $\frac{5}{6}$ fl.,
: 228 | da man den Bruch $\frac{1}{2}\frac{9}{2}\frac{0}{8}$
1140 | mit 2 und 19 verkl. kann.

Rest 190

Man muß also jetzt den Eimer um 5 $\frac{5}{6}$ fl., oder um 5 fl. 50 kr. hingeben, weil ein Sechstel eines Guldens 10 Kreutzer, also 5 solche Sechstel 5 mal 10 kr. oder 50 kr. betragen.

V. Beispiel:

Jemand schuldet 350 fl., das Vermögen beläuft sich aber nur auf 114 fl. 30 kr., wie viel trifft noch auf den Gulden?

Auflösung:

Man setze nach der einfachen geraden Regel-Detri an: auf 350 Gulden treffen 114 fl. 30 kr.; wie viel trifft auf einen Gulden?

fl. Schuld.	fl.	kr.	B.	fl. Sch.	fl. B.
350	114	30		1	x?

× 60

6840 kr.
+ 30 kr.

6870 kr.

× 1

6870 kr. | 19 $\frac{2}{3}\frac{2}{5}$ kr.
: 35 |
35 |

337
: 35
315

Rest 22

Man reduzire noch die $\frac{2}{3}\frac{2}{5}$ kr. mit 8 auf Häller?

22
X8
176

176 : 35 = 5 $\frac{1}{3}\frac{1}{5}$ Hllr.
175
Rest 1

Auf einen Gulden Schuld treffen also noch 19 kr. 5 $\frac{1}{3}\frac{1}{5}$ Häller, das ist, anstatt eines Guldens werden nur 19 kr. 5 hl. bezahlt.

VI. Beispiel:

Eine Person schuldet 369 fl., und fallirt so, daß dem Gläubiger für den Gulden nur 9 Kreutzer 3 Pfenning bezahlt werden; wie viel bekommt der letztere noch an seinem Guthaben?

Auflösung:

Man setze nach der einfachen geraden Regel-Detri an: für einen Gulden bezahlt man 9 kr. 3 pf.; wie viel bezahlt man für 369 fl.?

fl.	kr.	Pf.	fl.	fl.
1	9	3	369	x?

9
X4
36 Pf.

369
X39
3321
1107
14391 Pfenning.

Die 14391 Pfenning reduzire man durch die Division mit 4 auf Kreutzer, und dann die Kreuzer auf Gulden:

	✗✗✗	✗5	
	✗✗✗✗✗ Pf.	✗✗✗✗ kr.	59 fl.
:	✗✗✗✗	: ✗✗	
Rest	3 Pf.	Rest 57 kr.	

Anstatt 369 fl. bekommt also der Gläubiger noch 59 fl. 57 kr. 3 pf.

§. 103.

7) Die Stich- oder Tausch-Rechnung.

Bei dieser Rechnung gibt man Waare für Waare hin. Dabei muß man acht geben, wie viel Waare durch den Tausch man hingibt, und wie viel man dadurch bekommt, und deßhalb muß man im Geldbetrage die beiderseitige Waare berechnen, damit man beurtheilen kann, was man beim Tausche gewinnt oder verliert.

I. Beispiel:

Petrus gibt dem Paulus 8 Schäffel Kern, das Schäffel zu 14 fl. 30 kr., und bekömmt dafür vom Paulus 18 Schäffel Gersten, das Schäffel zu 6 fl. 45 kr.; was hat der eine dem anderen noch zu bezahlen?

Auflösung:

1) Man berechne den Werth dieser beiden Getraidsorten, indem man sagt:

a) Ein Schäffel Kern kostet 14 fl. 30 kr., was kosten 8 Schäffel?

Sch.	fl.	kr.	Sch.	fl.
1	14	30	8	x?

14 × 60

840 kr.
+30 kr.
870 kr.
× 8
6960 kr.

Die 6960 kr. mache man zu Gulden:

3	
6960 kr.	116 fl.
660	

Die 8 Schäffel Kern kosten also 116 fl.

b) Ein Schäffel Gersten kostet 6 fl. 45 kr.; was kosten 18 Schäffel?

Sch.	fl.	kr.	Sch.	fl.
1	6	45	18	x?

6 × 60

360 kr.
+45
405 kr.
× 18
3240
405
7290 kr.

Die 7290 kr. mache man zu Gulden:

3	
7290 kr.	121 fl. 30 kr.
: 60	
Rest 30 kr.	

Die 18 Schäffel Gersten kosten demnach 121 fl. 30 kr.

2) Man subtrahire die kleinere Summe 116 fl. von der größeren 121 fl. 30 kr.

121 fl. 30 kr.
116 fl. —
Rest 5 fl. 30 kr.

Der Petrus hat also dem Paulus noch 5 fl. 30 kr. zu bezahlen.

II. Beispiel:

Zwei wollen mit einander tauschen; der erste hat 138 Zentner Blei, den Zentner zu 5 fl. 30 kr., der zweite hat Kupfer, den Zentner zu 12 fl. 50 kr.; wie viel Kupfer erhält der zweite für die 138 Zentner Blei?

Auflösung:

1) Man berechne den Werth des Bleies, indem man sagt: 1 Zentner kostet 5 fl. 30 kr., oder 5 ½ fl., da 30 kr. die Hälfte eines Guldens sind, was kosten 138 Zentner?

Ztr.	fl.	Ztr.	fl.
1	5 ½	138	x?
×2	×2	×11	
2	11	138	
		138	
		11	
		1518	759 fl.
		222	

2) Nun sage man: für 12 fl. 50 kr. bekommt man 1 Zentner Kupfer; wie viel bekommt man für 759 fl.

fl.	kr.	Ztr.	fl.	Ztr.
12	50	1	759	x?
×60			×60	
720 kr.			45540 kr.	
+50 kr.				
770 kr.				

Nun dividire man 45540 mit 770:

	4554ϕ	$59\frac{1}{7}\frac{1}{7}$ Ztr. $= 59\frac{1}{7}$ Ztr.,
:	77ϕ	da man den Bruch $\frac{1}{7}\frac{1}{7}$
	385	mit 11 verkleinern kann:
	704	
:	77	
	693	
	11	

Für 138 Zentner Blei muß man also $59\frac{1}{7}$ Zentner Kupfer oder 59 Zentner $14\frac{2}{7}$ Pfund Kupfer hingeben, da ein Zentner 100 Pfund hat, und der 7te Theil von 100 gleich ist $14\frac{2}{7}$.

§. 104.

8) Wechselrechnungen.

Bei der gemeinen Wechselrechnung werden kleinere Geldsorten in größere, oder umgekehrt, verwandelt; bei der Hauptwechslung hingegen werden die Gelder von einer Stadt in die andere, oder von einem Lande in das andere übersetzt, wobei zu beobachten ist, welche Münze oder welches Geld allemal an den betreffenden Orten gangbar ist, und wie die Gelder mit einander verglichen werden sollen.

I. Beispiel:

Wie viel Gulden zu 60 kr. betragen 150 Reichsthaler zu $1\frac{1}{2}$ fl., oder zu 1 fl. 30 kr.?

Auflösung:

Nach der einfachen geraden Regel-Detri setze man an, und sage: 1 Reichsthaler beträgt 1½ fl, was betragen 150 Reichsthaler?

Rthlr.	fl.	Reichsthlr.	fl.
1	1½	150	x?
×2	×2	×3	
2	3	1	

450 | 225 fl.
: 222

150 Reichsthaler betragen also 225 fl.

II. Beispiel:

Wie viel betragen 3000 baierische Max'ors in Dukaten zu 5 fl. 20 kr.?

Auflösung:

1) Da eine baier. Max'or 7 fl. 20 kr. hat, so berechne man den Werth von 3000 Max'ors in Gulden:

M.	fl.	kr.	M.	fl.
1	7	20	3000	x?

×60

420 kr.
+20 kr.

440 kr.
×3000

1
1320000(0 kr. | 22000 fl.
: 00 (0

2) Jetzt berechne man, wie viel Dukaten zu 22000 fl. erfordert werden, indem man sagt: 5 fl. 20 kr. geben eine Dukate, wie viel Dukaten geben 22000 fl.?

fl.	kr.	D.	fl.	D.
5	20	1	22000	x?

× 60

300 kr.
+20 kr.

320 kr.

× 60

1320000 kr.

Man dividire 1320000 mit 320:

132000(ϕ : 32 (ϕ
128
40
: 32
32
80
: 32
64
160
: 32
160
—

4125 Dukaten.

3000 baierische Max'dors zu 7 fl. 20 kr. betragen also 4125 Dukaten zu 5 fl. 20 kr.

III. Beispiel:

Ein Kaufmann nimmt zu Frankfurt 2450 Reichs-

thaler per Wechsel zu 1 ¼ von Hundert; wie viel muß in den Wechselbrief gesetzt und allda erlegt werden?

Auflösung:

1) Weil bei diesem Wechsel 1 ¼ Reichsthaler vom Hundert Aggio gegeben wird, so sage man: 100 Thaler geben 1 ¼ Thaler, was geben 2450 Thaler?

Thl.	Thl.	Thl.	Thl.
100	1 ¼	2450	x?
X 4	X 4	X 5	
400	5	12250	

Man dividire 12250 mit 400:

2	
1225(5∅	30 $\frac{2}{40}$ Thlr. = 30 $\frac{5}{8}$
44(0∅	Thlr., weil man den
Rest 25	Bruch $\frac{2}{40}$ mit 5 ver-
	kleinern kann.

2) Das Aggio von 30 $\frac{5}{8}$ Thaler zähle man zu den 2450 Thalern:

2450 Thaler
+ 30 $\frac{5}{8}$ „
2480 $\frac{5}{8}$ Thaler.

Man muß demnach 2480 $\frac{5}{8}$ Thaler in den Wechselbrief setzen.

IV. Beispiel:

Ein Kaufmann remittirt 2500 fl. nach Prag; was wird sein Faktor allda zu empfangen haben, wenn der Wechsel zu 1 ½ fl. geschlossen worden ist?

Auflösung:

Da auf Hundert 1 ½ fl. Wechsel treffen, so berechne man, was auf 2500 fl. trifft?

fl.	fl.	fl.	fl.
100	1 ½	2500	x?
X2	X2	X3	
200	3	7500	

Man dividire 7500 mit 200:

7500 : 200 = 37 100/200 fl. = 37 ½ fl.
1000
1000
0000
Rest 100

2) Man zähle diese 37 ½ fl. zu den 2500 fl.

2500 fl.
37 ½ fl.
2537 ½ fl.

Man hat also allda 2537 ½ fl. zu empfangen.

§. 105.

9) Zins- und Liedlohns-Rechnung.

Die einfache Zinsrechnung, bei welcher keine Zinseszinse bestimmt werden, geschieht nach den

schon angeführten Regeln der einfachen, und der zusammengesetzten geraden Regel-Detri. Deßwegen führe ich hier nur noch ein paar Beispiele mit der beigefügten Abkürzung im Rechnen an:

I. Beispiel:

Welchen Zins geben 850 fl. in 1 Jahre zu 5 Prozenten?

Auflösung:

1) Weil nach dieser Voraussetzung 5 fl. Zins vom Hundert bezahlt werden, so trifft es auf den Gulden 3 Kreutzer oder einen Groschen Zins, indem

fl. K.	fl. Z.	fl. K.	fl.
100	5	1	x?
	1		

5 fl., zu kr. gemacht,

× 60

300 | 3 kr.

: 100 |

300 |

—

2) Weil auf einen Gulden ein Groschen Zins trifft, so treffen auf 850 fl. Kapital 850 Groschen Zins. Da ferner 20 Groschen einen Gulden geben, so dividire man 850 mit 20, um die Größe des Zinses in Gulden auszudrücken:

	1	
	85(0	42 $\frac{1}{2}$ 0 fl., oder 42 $\frac{1}{2}$ fl., da
	22(0	man $\frac{1}{2}$ 0 mit 10 verkl. kann.
Rest	10	

850 fl. Kapital geben also 42 $\frac{1}{2}$ fl. oder 42 fl. 30 kr. Zins.

II. Beispiel:

Welchen Zins geben 3560 fl. Kapital in 12 Jahren zu 5 Prozenten?

Auflösung:

1) Weil bei der Verzinsung zu 5 Prozenten auf einen Gulden 1 Groschen Zins trifft, so treffen in einem Jahre auf 3560 fl Kapital 3560 Groschen Zins, diese geben 178 fl. Zins, da 20 Groschen 1 Gulden geben, wie man hier sieht:

	11	
	356(0 Grosch.	178 fl.
:	222(0	

2) Da dieses Kapital in einem Jahre 178 fl. Zins gibt, so gibt es in 12 Jahren 12 mal 178 fl. Zins; man multiplizire daher 178 mit 12, wie hier:

178
×12
356
178
2136

3560 fl Kapital geben also in 12 Jahren zu 5 Prozenten 2136 fl. Zins.

III. Beispiel:

Welches Kapital hat man angelegt, wenn man bei 5 Prozenten in 12 Jahren 2136 fl. Zins beziehet?

Auflösung:

1) Weil man in 12 Jahren 2136 fl. Zins erhält, so bekommt man in einem Jahre den 12ten Theil von 2136 fl. Zins; man dividire also 2136 mit 12:

```
2136 | 178 fl.
 :12 |
 12  |
-----|
 93
:12
 84
---
 96
:12
 96
---
  —
```

Es treffen demnach 178 fl. Zins auf 1 Jahr.

2) Die 178 fl. mache man zu Groschen, indem man mit 20 multiplizirt:

```
178 fl.
 ×20
-----
3560 fl.
```

Da nun zu 1 Groschen das Kapital von 1 Gulden gehört, so gehört zu 3560 Groschen das Kapital von 3560 Gulden.

Man hat demnach 3560 fl. Kapital angelegt, wenn man in 12 Jahren 2136 fl. Zins erhält.

IV. Beispiel:

Ein Hausbesitzer ist sein Haus ganz schuldig, und bezahlt zu 5 Prozenten jährlich 43 fl. 30 kr. Intereße; welchen Werth hat das Haus?

Auflösung:

Man mache die 43 fl. 30 kr. zu Groschen, indem man 43 fl. mit 20 multiplizirt, und wegen der 30 kr. oder eines halben Guldens 10 Groschen addirt.

43
×20
860 Groschen
+10 Gr.
870 Groschen.

Weil nun zu 1 Groschen das Kapital von 1 fl. gehört, so gehört zu 870 Groschen auch ein Kapital von 870 fl.; weßhalb das Haus den Werth von 870 fl. hat.

V. Beispiel:

Eine Magd wird in einen Dienst unter der Bedingung aufgenommen, daß man ihr als Jahr's-

lohn 18 fl. und 12 Ellen Leinwand gibt; die Magd ist aber nur 39 Wochen im Dienste, was ist man ihr am bedingten Lohne schuldig?

Auflösung:

1) Man berechne zuerst, was ihr an den 18 fl. trifft, indem man sagt: für 52 Wochen erhält sie 18 fl., was erhält sie für 39 Wochen?

W.	fl.	W.	fl.
52	18	39	x?

18 × 39

162
54

702

daher 702 : 52 = 52

13 $\frac{26}{52}$ fl. = 13 $\frac{1}{2}$ fl., da man mit 26 verkleinern kann.

182
: 52
156

26

An Geld hat sie demnach 13 $\frac{1}{2}$ fl., oder 13 fl. 30 kr. zu fordern.

2) Um zu finden, was ihr an Leinwand gehört, sage man: für 52 Wochen bekommt sie 12 Ellen; was erhält sie für 39 Wochen?

W.	Ell.	W.	Ell.
52	12	39	x?

$$\begin{array}{r} \times 39 \\ \hline 108 \\ 36 \\ \hline 468 \end{array}$$

daher $468 : 52 = 9$ Ell.

$$\begin{array}{r|l} 468 & 52 \\ \hline 468 & \\ \hline - & \end{array}$$

An Leinwand erhält sie daher 9 Ellen.

VI. Beispiel:

Ein Bauer dingt einen Knecht, und gibt ihm des Jahres 24 fl. Lohn; der Knecht ist nur 13 Wochen im Dienste, und erhielt in dieser Zeit 8 fl 30 kr. Vorschuß, was ist einer dem andern noch schuldig?

Auflösung:

1) Man sage: für ein Jahr oder 52 Wochen trifft es 24 fl. Lohn, was trifft es für 13 Wochen?

W.	fl.	W.	fl.
52	24	13	x?

$$\begin{array}{r} \times 13 \\ \hline 72 \\ 24 \\ \hline 312 \end{array}$$

daher $312 : 52 = 6$ fl.

$$\begin{array}{r|l} 312 & 52 \\ \hline 312 & \\ \hline - & \end{array}$$

An Lohn trifft es also 6 fl.

2) Diese 6 fl. ziehe man von den schon bezahlten 8 fl. 30 kr. ab:

8 fl. 30 kr.
— 6 fl. — kr.
2 fl. 30 kr.

Der Knecht bleibt demnach noch die Summe von 2 fl. 30 kr. schuldig.

§. 106.

10) Die Inventions-Regel.

I. Beispiel:

Wenn ein Pfund einer gewissen Waare 36 ¼ kr., und der Zentner 60 fl. 25 kr. kostet; wie viel Pfund hat der Zentner?

Auflösung:

Nach der einfachen geraden Regel-Detri sage man: für 36 ¼ kr. bekommt man 1 Pfund, wie viel Pfund bekommt man für 60 fl. 25 kr.?

kr.	Pf.	fl.	kr.	Pf.
36 ¼	1	60	25	x?
X 4	X 4	X 60		
145	4	3600 kr.		
		+ 25 kr.		
		3625 kr.		
		X 4		
		14500	: 145 =	100 Pfund.
		145		
		00		

Auf den Zentner gehen also 100 Pfund.

II. Beispiel:

Wenn 1 Loth 7 Kreutzer, und die Mark 1 fl. 52 kr. kostet; wie viel Loth hat die Mark?

Auflösung:

Man setze an, und sage: für 7 kr. bekommt man 1 Loth, wie viel Loth bekommt man für 1 fl. 52 kr.

kr.	Loth	fl.	kr.	Loth
7	1	1	52	x?

× 60

60 kr.
+ 52 kr.

112 kr. : 7 = 16 Loth.

Die Mark hat also 16 Loth.

§. 107.

11) Von der Progressions-Regel.

I. Beispiel:

Ein Hauptmann theilet eine gewisse Summe Geldes unter 25 Soldaten so aus, daß der erste 1 fl., der zweite 2 fl., der dritte 3 Gulden ꝛc. und somit jeder nächst folgende um 1 fl. mehr erhält; wie groß war die Summe des ausgetheilten Geldes?

Auflösung:

1) Man addire die erste Zahl zur letzten, also 1 zu 25, und multiplizire die Summe 26 mit der Anzahl der Soldaten, das ist, mit 25:

$$\begin{array}{r} 26 \\ \times\ 25 \\ \hline 130 \\ 52 \\ \hline 650 \end{array}$$

2) Das Produkt 650 halbire man, das heißt, man dividire es mit 2:

$$\begin{array}{rr|l} & 1 & \\ & 650 & 325\ \text{fl.} \\ : & 222 & \end{array}$$

Die ganze Summe des ausgetheilten Geldes betrug also 325 fl.

II. Beispiel:

Wenn man alle Zahlen, wie sie in der natürlichen Ordnung fortlaufen, von 1 bis 1000 addiren wollte, wie groß ist ihre Summe?

Auflösung:

Weil in unserem Zahlsysteme jede folgende Zahl um 1 größer wird, so hat man wieder eine arithmetische Progression oder Reihe; daher verfahre man, wie vorhin:

1) Man addire 1 zu 1000, und multiplizire 1001 mit 1000 als der Anzahl aller Zahlen:

$$\begin{array}{r} 1001 \\ \times 1000 \\ \hline 1001000 \end{array}$$

2) Man dividire 1001000 mit 2:

	1ϕϕ1ϕϕϕ	500500.
:	2222222	

Die Summe aller Zahlen von 1 bis 1000 beträgt demnach 500500.

III. Beispiel:

Einer schickt einen Bothen 76 Meilen weit, und gibt ihm für die erste Meile 1 Pfenning, für die zweite 2, für die dritte 3 Pfenning, und so fortgesetzt; wie viel beträgt der ganze Bothenlohn?

Auflösung:

1) Man addire 1 zu 76, und multiplizire 77 mit 76 als der Anzahl der Meilen:

$$\begin{array}{r} 77 \\ \times 76 \\ \hline 462 \\ 539 \\ \hline 5852 \end{array}$$

2) Die Zahl 5852 dividire man mit 2, oder halbire sie:

x x		
5852	2926	
: 2222		

3) Die 2926 Pfenning mache man durch die Division mit 4 zu Kreutzer, und diese durch die Division mit 60 zu Gulden:

x 2	x 1	
2926 Pf.	72(1 kr.	12 fl.
: 444	: 66(0	
Rest 2 Pf.	Rest 11 kr.	

Der ganze Bothenlohn beträgt also 12 fl. 11 kr. 2 Pfenning.

§. 108.

12) Die Regula Falsi.

Bei der Regula Falsi nimmt man eine beliebige Zahl an, doch so, daß in selber die in der Aufgabe bestimmten Theile ohne Rest aufgehen; mit dieser Zahl verfährt man dann nach den Bedingungen der Aufgabe. Die gefundenen Zahlen addirt man; die Summe gibt für den Ansatz der einfachen geraden Regel-Detri das erste Glied, die beliebig angenommene Zahl wird das zweite Glied, und die sonst aus der Aufgabe bekannte Zahl wird das dritte Glied; nach der Regel-Detri werden dann die zwei mittleren Zahlen mit einander multiplizirt, und das Produkt wird mit der ersten Zahl dividirt, um die Anfangs verlangte Zahl zu finden.

I. Beispiel:

Ein Sohn fragt seinen Vater um sein Alter. Der Vater antwortet: wenn du noch so alt wärest, dann halb so alt, ferner ein Viertel so alt, und um 1 Jahr älter, dann wärest du 100 Jahre alt.

Auflösung:

1) Man nehme eine Zahl an, die sich durch 2 und 4 ohne Rest theilen, etwa 12,

2) Nun setze man von dieser Zahl das Zweifache, dann die Hälfte, und das Viertel, bringe diese drei Zahlen in eine Summe, und vermindere 100 um 1, weil nach der Bedingung der Aufgabe jene drei Theile 1 weniger als 100 geben:

Angenommene Zahl		12,
ihr Zweifaches	=	24
ihr Häfte	=	6
ihr Viertel	=	3
Summe	=	33

3) Jetzt mache man der gegebenen Vorschrift gemäß den Regel-Detri-Ansatz, und suche das vierte Glied:

33 12 99 x?

12 × 99	1188	36 J.
108	: 33	
108	99	
1188	198	
	: 33	
	198	
	—	

Der Sohn war also 36 Jahre alt.

4) Zur Probe setze man von 36 Jahren das Zweifache, dann die Hälfte, und das Viertel, und man muß, wenn man noch 1 addirt, 100 erhalten:

Das Zweifache von 36 ist	=	72,
die Hälfte davon ist	=	18
das Viertel ist	=	9
und 1 ist	=	1
Summe	=	100 Jahr.

II. Beispiel:

Einer wird gefragt, wiel viel er Geld in seiner Kassa habe. Dieser antwortet: er wisse es eigentlich nicht, doch habe er von seinem Bedienten vernommen, daß ein Drittel, ein Viertel, und ein Fünftel seines Geldes zusammen 4700 fl. betragen.

Auflösung:

1) Weil bei diesen drei Theilen die Zahlen 3 dann 4 und 5 vorkommen, so multiplizire man diese drei Zahlen mit einander; es ist $3 \times 4 \times 5 = 60$, und 60 ist durch 3, dann durch 4 und durch 5 ohne Rest theilbar.

2) Von dieser Zahl 60 setze man ein Drittel, ein Viertel und ein Fünftel:

Angenommene Zahl	60
ein Drittel davon ist	20
ein Viertel „ „	15
ein Fünftel „ „	12
Die Summe ist =	47

3) Nun mache man den Regel-Detri-Ansatz, und suche das vierte Glied:

47 60 4700 x?

×60

282000

Die Zahl 282000 mit 47 dividirt:

282000	:	47
282		
—		

6000 fl.

In der Kassa waren also 6000 fl.

4) Zur Probe setze man von 6000 fl. die angezeigten Theile, ihre Summe muß 4700 geben?

Von 6000 fl. ist ein Drittel = 2000 fl.
" " " " Viertel = 1500 fl.
" " " " Fünftel = 1200 fl.
Summe = 4700 fl.

III. Beispiel:

Jemand fragt einen Schafhirten, wie viel er Schafe habe; er antwortet: wenn ich noch so viel, halb so viel, ein Drittel so viel, und ein Viertel so viel, und noch 3 hätte, so wären es 373 Schafe.

Auflösung:

1) Weil bei den Theilen die Zahlen 3 und 4

vorkommen, so multiplizire man 3 mit 4, es ist das Produkt 12 durch 3 und 4 ohne Rest theilbar.

2) Man setze die verlangten Zahlen und subtrahire 3 von 373, der Rest ist 370 noch:

Die angenommene Zahl 12

Ihr Zweifaches oder Duplum	=	24,
Ihr Hälfte	=	6,
Ihr Drittel	=	4,
Ihr Viertel	=	3,
Summe	=	37

3) Man mache den Regel-Detri-Ansatz, und suche das vierte Glied:

37 12 370 x?

		×370	
		84	
		36	
		4440	120 Schafe.
	:	37	
		37	
		74	
	:	37	
		74	
		0	

Es waren also 120 Schafe.

4) Zur Probe setze man die genannten Theile, ihre Summe muß 373 Schafe geben:

Von 120 ist das Duplum	=	240	Sch.
" " " die Hälfte	=	60	"
" " " ein Drittel	=	40	"
" " " ein Viertel	=	30	"
und 3	=	3	"
Summe	=	373	Schafe.

§. 109.

13) Von der Ambulations-Regel.

I. Beispiel:

Ein Bothe macht täglich 6 Meilen, nach 10 Tagen wird ihm ein anderer nachgeschickt, der täglich 8 Meilen zurücklegt; wann wird der zweite den ersten einholen?

Auflösung:

1) Man subtrahire die 6 Meilen von den 8 Meilen, und setze den Rest 2 im Regeldetri-Ansatze als das erste Glied; dann setze man die 6 Meilen als das zweite Glied, und die 10 Tage als das dritte, und man suche das vierte Glied, das die gesuchte Anzahl der Tage ausdrückt:

2 6 10 x?

× 10

60 | 30 Tage.
: 2

Der zweite Bothe wird also den ersten in 30 Tagen einholen.

2) Weil es auch die Voraussetzung ist, daß beide vom nämlichen Orte ausgehen, so berechne man zur Probe den von beiden zurückgelegten Weg, er muß gleich groß seyn:

a) Der erste Bothe macht täglich 6 Meilen, wie viel Meilen hat er in den 10 Tagen zuvor aus zurückgelegt?

T.	M.	T.	M.
1	6	10	x?

× 10

60 Meilen.

b) Derselbe macht täglich 6 Meilen, wie viel legt er noch in den 30 Tagen zurück?

T.	M.	T.	M.
1	6	30	x?

× 30

180 Meilen
und 60 M.

240 Meilen legte der erste in allem zurück.

c) Der zweite legt in einem Tage 8 Meilen zurück, wie viel legt er in 30 Tagen zurück?

T.	M.	T.	M.
1	8	30	x?

× 30

240 Meilen.

Der zweite Both macht demnach in 30 Tagen den gleich großen Weg von 240 Meilen, weßhalb sie in dieser Zeit beisammen sind.

II. Beispiel:

Ein Hund jagt einem Fuchs nach; der Fuchs ist 140 Sprünge vor dem Hunde, und so oft der Fuchs 5 Sprünge macht, macht der Hund 7 Sprünge; in viel Sprüngen wird der Fuchs eingeholt?

Auflösung:

Man subtrahire 5 von 7, und sage: 2 Sprünge geben 7 Sprünge, was geben 140 Sprünge?

Spr.	Spr.	Spr.	Spr.
2	7	140	x?

X 7

1

ø8ø | 490 Sprünge.

: 777 |

Der Fuchs wird also in 490 Sprüngen eingeholt.

III. Beispiel:

Bekannter Maßen beträgt der Umfang unserer Erdkugel 5400 deutsche Meilen, und man nimmt an, der Umfang eines Zirkels verhalte sich zu seinem Durchmesser, wie 22 zu 7; welchen Durchmesser hat demnach unsere Erde?

Auflösung:

Nach der einfachen geraden Regel-Detri sage man: 22 verhält sich zu 7, wie 5400 zum gesuchten Durchmesser:

22 : 7 = 5400 : x?

× 7

37800 | 1718 $\frac{4}{22}$ = 1718 $\frac{2}{11}$ deutsche Meil.
: 22
22

158
: 22
154

40
: 22
22

180
: 22
176

Rest 4

Der Durchmesser der Erde beträgt demnach 1718 $\frac{2}{11}$ deutsche Meilen.

Anmerkung: Wenn man nach genaueren Verhältnißzahlen rechnet, erhält man für den Durchmesser der Erde eine etwas größere Zahl; daher sagt man auch öfters, der Durchmesser der Erde betrage 1720 deutsche oder geographische Meilen.

§. 110.

14) Die Reduktion des baierischen Geldes auf das österreichische, und umgekehrt.

Da man in Baiern und in Oesterreich nach Gulden, Groschen und Kreutzern, und zwar nach der nämlichen Unterabtheilung, rechnet, nur mit dem Unterschiede, daß in Baiern der 24 Guldenfuß, in Oesterreich aber der 20 Guldenfuß

gilt, so verhält sich das baierische Geld zum österreichischen, wie 5 zu 6; deßwegen geben z. B. 6 baierische Gulden 5 österreichische Gulden:

I. Beispiel:

Wie viel betragen im Kaisergelde 7519 fl. baierischen Geldes?

Auflösung:

Nach der einfachen geraden Regel: Detri sage man: 6 baierische Gulden geben 5 österreichische Gulden, was betragen 7519 baier. Gulden?

baier. fl.	öster. fl.	baier. fl.	öst. fl.
6	5	7519	x?

× 5

37595	6265 $\frac{5}{6}$ fl.
: 6666	
Rest 5	

7519 fl. baierischen Geldes betragen also im Kaisergelde 6265 $\frac{5}{6}$ fl.

II. Beispiel:

Wie viel baierisches Geld nach dem 24 Guldenfuß betragen 833 $\frac{1}{3}$ österreichische Gulden, da man weiß, daß 5 österreichische Gulden 6 baierische Gulden geben?

Auflösung:

öst. fl.	b. fl.	öst. fl.	b. fl.
5	6	$833\frac{1}{3}$	x?

×3

15

×3

2500

×6

15000 | 1000 baier. fl.

: 15

15

—

$833\frac{1}{3}$ österreichische Gulden im 20 Guldenfuß geben also 1000 baier. Gulden nach dem 24 Guldenfuß.

Anmerkung: Beim Konventions = oder Zwanzigguldenfuß beträgt die feine Mark 20 Gulden; dagegen aber beträgt sie im Vierundzwanzig = Guldenfuß 24 Gulden.

§. 111.

15) Die Rechnung mit Siebnern und Siebenzehnern.

Wenn man wissen will, wie viel Siebner und Siebenzehner erfordert werden, um eine gerade Anzahl von Gulden, als 2, 4, 6, 8 ꝛc. zu bezahlen, so multiplizire man die gegebene Zahl von Gulden allezeit mit 5, und das erhaltene Produkt dividire man mit 2, oder halbire es; der Quotient oder das halbe Produkt gibt in gleichen Zahlen die Anzahl der Siebner und Siebenzehner an, mit denen man die genannte Summe bezahlen kann.

Sind aber die gegebenen Gulden ungerade, so setze man zur gegebenen Zahl eine Null, divi-

dire sie dann mit 4, und vernachläßige den bei der Division bleibenden Rest 2, den man auch bei der Probe nicht mehr braucht.

I. Beispiel:

Wie viel Siebner und Siebenzehner braucht man, um 8 Gulden zu bezahlen?

Auflösung:

1) Man multiplizire die Zahl 8 mit 5, und dividire das Produkt 40 mit 2, wie hier:

8 | 20
X5 | : 2
40

Mit 20 Siebnern und 20 Siebenzehnern kann man also diese Zahlung leisten.

2) Zur Probe sage man:

a) Ein Siebner hat 7 kr., was betragen 20 Siebner?

S.	kr.	S.	fl.
1	7	20	x?

X20
140 kr.

Die 140 kr. zu Gulden gemacht.

2
140 kr. | 2 fl. 20 kr.
: 60
Rest 20 kr.

b) Ein Siebenzehner hat 17 kr., was betragen 20 Siebenzehner?

S.	kr.	S.	fl.
1	1 7	20	x?

× 20

340 kr. | 5 fl. 40 kr.

: 60

300

Rest 40 kr.

Die Siebner betragen also 2 fl. 20 kr.
Die Siebenzehner „ „ 5 fl. 40 kr.

Zusammen 8 fl.

II. Beispiel:

Wie viel Siebner und Siebenzehner braucht man zu 5 fl.?

Auflösung:

1) Man setze zu 5 eine Null, und dividire 50 mit 4, man erhält 12 als Quotienten:

~~5~~0 | 12

~~5~~0

: ~~4~~4

Rest 2, den man nicht mehr braucht.

2) Zu 12 addire man 9, man erhält die Zahl 21, welche die Anzahl der Siebner bestimmt;

3) Von 12 subtrahire man 3, man erhält als

Rest die Zahl 9, welche die Anzahl der Siebenzehner angibt.

4) Zur Probe berechne man, wie beim vorigen Beispiele, was die Siebner und Siebenzehner betragen, ihre Summe muß 5 Gulden geben:

	Siebner	kr.	Siebner	fl.
a)	1	7	21	x?

21
X7
147 kr. | 2 fl. 27 kr.
: 60
120
Rest 27 kr.

	Siebenz.	kr.	Siebenz.	fl.
b)	1	17	9	x?

17
X9
153 kr. | 2 fl. 33 kr.
: 60
120
Rest 33 kr.

c) Die 21 Siebner betragen 2 fl. 27 kr.
Die 9 Siebenzehner „ 2 fl. 33 kr.
Zusammen 5 fl.

Anmerkung: Etwas weitläufiger wird die Auflösung, wenn man bestimmen will, wie man auch jede, in ganzen Zahlen ausgedrückte Kreutzersumme mit lauter Siebnern und Siebenzehnern bezahlen kann; ich führe aber diese der Kürze wegen nicht mehr an.

§. 112.

16) Die Verwandlung der Baierthaler in Gulden, und umgekehrt der Gulden in Baierthaler.

Weil ein Baierthaler 2 fl. 24 kr. gilt, und deßhalb 24 Sechser hat, so multiplizire die Thalersumme mit 6, und das erhaltene Produkt mit 4, und man schneide rechts das äußerste oder letzte Ziffer ab. Die Ziffer links zeigen Gulden, und das zur Rechten abgesonderte Ziffer gibt so viele Sechser, als es Einheiten bezeichnet.

Will man die Baierthaler in Gulden verwandeln, so hänge man der Guldensumme rechts eine Null an, dadurch werden aus den Gulden Sechser. Die dadurch entstandene Sechserzahl dividire man mit 4, man erhält Vierundzwanziger, welche, mit 6 dividirt, die verlangten Baierthaler geben.

I. Beispiel:

Wie viel Gulden geben 84 Baierthaler?

Auflösung:

1) Man multiplizire 84 mit 6, und das erhaltene Produkt mit 4:

$$\begin{array}{r} 84 \\ \times 6 \\ \hline 504 \\ \times 4 \\ \hline 2016 \end{array}$$

2) Man schneide eine Ziffer ab, so erhält

man 201 fl. 6 Sechser, das ist, 201 fl. 36 kr., wie man hier sieht:

84 Baierthaler
6 mal

504 Vierundzwanziger
4 mal

201|6 = 201 fl. 6 Sechser = 201 fl. 36 kr.

II. Beispiel:

Wie viel Baierthaler braucht man, um 108 fl. zu bezahlen?

Auflösung:

1) Man setze zu 108 eine Null, dadurch verwandeln sich die 108 fl. in 1080 Sechser;

2) Man dividire mit 4, man erhält 270 Vierundzwanziger, welche, noch mit 6 dividirt, 45 Baierthaler geben, mit welchen man 108 bezahlen kann:

108 fl.

1080 Sechs.	270 Vierundz. | 45 Bthlr.
: 44	: 66

Das ist, zu 108 fl. braucht man 45 Baierthlr.

§. 113.

17) Die Verwandlung der Kronenthaler in Gulden, und umgekehrt der Gulden in Kronenthaler.

Weil der Kronenthaler 2 fl. 42 kr. somit 27

Sechser hat, und 27 das Dreifache von 9 ist, da $9 \times 3 = 27$, so multiplizire man zuerst die Kronenthaler mit 3, und dann mit 9. Hierauf schneide man wieder rechts das letzte Ziffer ab; dieses bedeutet Sechser, die links stehenden Ziffer aber zeigen Gulden an.

Will man Gulden in Kronenthaler verwandeln, so hänge man der Guldenzahl rechts eine Null an, und verwandle sie dadurch in Sechser, da der Gulden 10 Sechser hat. Dann dividire man die Sechserzahl mit 3, und den erhaltenen Quotienten mit 9, und man bekommt die verlangten Kronenthaler.

I. Beispiel:

Wie viel Gulden geben 37 Kronenthaler?

Auflösung:

1) Man multiplizire 37 mit 3, und das Produkt 111 mit 9, wie hier:

$$\begin{array}{r} 37 \\ \times 3 \\ \hline 111 \\ \times 9 \\ \hline 999 \end{array}$$

2) Man schneide rechts das letzte Ziffer ab, man erhält 99 fl. 9 Sechser, oder 99 fl. 54 kr., wie man hier sieht:

37 Kronenthaler.
3 mal

111
9 mal

99|9, also 99 fl. 9 Sechser oder 99 fl. 54 kr.

II. Beispiel:

Wie viel Kronenthaler braucht man zu 108 fl.

Auflösung:

Man hänge der Zahl 108 eine Null an, und verwandle so die 108 fl. in 1080 Sechser;

2) Man dividire 1080 mit 3, und den Quotienten 360 mit 9, man findet den Quotienten 40, welcher anzeigt, daß man 40 Kronenthaler zu 108 fl. braucht, wie man auch hier sieht:

fl.			
108			
I			
1080 Sechs.	: 3	360	40 Kronenthaler.
333		99	

III. Abschnitt.

Vom Ausziehen der Quadrat- und Kubikwurzeln.

§. 114.

Erklärungen.

1) Wenn man eine Zahl mit sich selbst multiplizirt, somit 2 mal als Faktor setzt, so heißt man das erhaltene Produkt ein Quadrat oder eine Quadratzahl; daher ist z. B. 4 das Quadrat oder die Quadratzahl von 2, und 9 ist die Quadratzahl von 3, indem 2 mal 2 gleich 4, und 3 mal 3 gleich 9 ist, oder $2 \times 2 = 4$, und $3 \times 3 = 9$.

2) Wenn man eine Zahl mit sich selbst multiplizirt, und das Produkt wieder mit der vorigen Zahl, so nennt man das dadurch erhaltene Produkt einen Kubus oder eine Kubikzahl; daher ist 8 der Kubus von 2, und 27 der Kubus von 3; denn 2 mal 2 ist 4, und 2 mal 4 ist 8, dann 3 mal 3 ist 9, und 3 mal 9 ist 27, oder $2 \times 2 \times 2 = 4 \times 2 = 8$, und $3 \times 3 \times 3 = 9 \times 3 = 27$.

3) Quadratwurzel ist diejenige Zahl, die, mit sich selbst multiplizirt, die vorige Zahl wieder gibt; daher ist 2 die Quadratwurzel von 4, und 3 ist die Quadratwurzel von 9, weil 2 mal 2 gleich 4, und 3 mal 3 gleich 9 ist.

Für die Quadratwurzel hat man dieses Zeichen $\surd$; wenn demnach dasselbe vor einer Zahl steht, so bedeutet es, daß man daraus die Quadratwur-

zel ausziehen soll, und man schreibt z. B. $\sqrt{4} = 2$, und $\sqrt{9} = 3$, das heißt, die Quadratwurzel von 4 ist 2, und von 9 ist dieselbe 3.

4) Kubikwurzel heißt die Zahl, welche, dreimal als Faktor gesetzt, den Kubus wieder gibt; daher ist z. B. 2 die Kubikwurzel von 8, und 3 die Kubikwurzel von 27; denn 2 mal 2 ist 4, und 2 mal 4 ist 8, dann 3 mal 3 ist 9, und 3 mal 9 ist 27.

Für die Kubikwurzel hat man dieses Zeichen $\sqrt[3]{}$; deßwegen bedeutet z. B. $\sqrt[3]{8}$ oder $\sqrt[3]{27}$, man soll aus 8 oder aus 27 die Kubikwurzel ausziehen.

§. 115.

Tafeln zum Ausziehen der Quadrat- und Kubik-Wurzeln.

Um zum Ausziehen der Quadratwurzeln die benöthigte Tafel zu erhalten, multiplizire man die ersten 9 Zahlen, mithin die Zahlen von 1 bis 9 mit sich selbst; die herauskommenden Produkte geben die verlangten Quadrate, und zu diesen letzteren sind jene ersten 9 Zahlen wieder die Quadratwurzeln.

Damit man zum Ausziehen der Kubikwurzeln die gehörige Tafel erhält, multiplizire man der Ordnung nach die Quadratzahlen mit den ersten 9 Zahlen, die neuen Produkte geben die Kubikzahlen, zu welchen jene Zahlen von 1 bis 9 wieder die Kubikwurzeln sind, wie man aus nachstehenden zwei Tafeln ersieht, wo z. B. „$\sqrt{4}$ ist 2, oder $\sqrt[3]{8}$ ist 2", zu lesen ist, die Quadratwurzel von 4 ist 2, oder die Kubikwurzel von 27 ist 3;

a) Tafel der Quadratzahlen und ihrer Wurzeln.

1 mal 1 ist 1, und $\sqrt{}$ 1 ist 1;
2 mal 2 ist 4, und $\sqrt{}$ 4 ist 2;
3 mal 3 ist 9, und $\sqrt{}$ 9 ist 3;
4 mal 4 ist 16, und $\sqrt{}$ 16 ist 4;
5 mal 5 ist 25, und $\sqrt{}$ 25 ist 5;
6 mal 6 ist 36, und $\sqrt{}$ 36 ist 6;
7 mal 7 ist 49, und $\sqrt{}$ 49 ist 7;
8 mal 8 ist 64, und $\sqrt{}$ 64 ist 8;
9 mal 9 ist 81, und $\sqrt{}$ 81 ist 9;

b) Tafel der Kubikzahlen und ihrer Wurzeln.

1 mal 1 ist 1, und $\sqrt[3]{}$ 1 ist 1;
2 mal 4 ist 8, und $\sqrt[3]{}$ 8 ist 2;
3 mal 9 ist 27, und $\sqrt[3]{}$ 27 ist 3;
4 mal 16 ist 64, und $\sqrt[3]{}$ 64 ist 4;
5 mal 25 ist 125, und $\sqrt[3]{}$ 125 ist 5;
6 mal 36 ist 216, und $\sqrt[3]{}$ 216 ist 6;
7 mal 49 ist 343, und $\sqrt[3]{}$ 343 ist 7;
8 mal 64 ist 512, und $\sqrt[3]{}$ 512 ist 8;
9 mal 81 ist 729, und $\sqrt[3]{}$ 729 ist 9;

§. 116.

Die Regeln für das Ausziehen der Quadratwurzeln.

1) Man theile die gegebene Quadratzahl von der rechten zur linken Seite in Klassen, und gebe jeder Klasse zwei Ziffern, mit Ausnahme der letzten Klasse links, die auch eine Ziffer haben darf, im Falle die Ziffernanzahl ungerade ist; die

Wurzel erhält dann allemal so viel Ziffern oder Stellen, als solche Klassen vorhanden sind.

2) Nach der ersten Tabelle des vorigen §. ziehe man aus der ersten Klasse links die Quadratwurzel aus; ist jene keine genaue Quadratzahl, so nehme man das nächst kleinere Quadrat, und schreibe die gefundene Wurzel rechts neben die Quadratzahl hin.

3) Diese Wurzel erhebe man zum Quadrate, ziehe dieses von der ersten Klasse ab, und setze zum Reste die nächste Klasse.

4) Die gefundene Wurzel nehme man doppelt, schreibe sie als Divisor unter den Rest und die beigesetzte Klasse so, daß noch eine Ziffer frei bleibt; und man dividire damit.

5) Den Quotienten schreibe man rechts als den zweiten Wurzeltheil, und neben den Divisor hin, und multiplizire mit jenem den Divisor sammt dem beigesetzten Wurzeltheile.

6) Man ziehe das Produkt ab, setze zum Reste die nächste Klasse, betrachte die schon gefundenen Wurzeltheile als einen, und setze das eben angezeigte Verfahren so lange fort, bis man nach und nach alle Klassen herabgesetzt, und die ganze Wurzel gefunden hat.

7) Kann man einmal nicht dividiren, so schreibe man eine Null in die Wurzel, setze die nächste Klasse herab, und verfahre dann wieder auf die vorige Weise.

I. Beispiel:

Einige Personen haben bei einer Mahlzeit 17 Gulden 1 Batzen verzehrt; jede Person bezahlte

so viel Batzen, als es Personen waren; wie viel waren es Personen, und wie viel Batzen zahlte jede?

Auflösung:

Man reduzire zuerst die Gulden auf Batzen durch die Multiplikation mit 15, da der Gulden 15 Batzen hat:

17 fl.
X15
85
17
255 Batzen
+1 B.
256 Batzen.

Jetzt ziehe man aus 256 die Quadratwurzel auf folgende Weise aus:

1) Man theile 256 in Klassen, man erhält 2 Klassen, weßhalb auch die Wurzel 2 Ziffern bekommt;

$\sqrt{2 \mid 56}\{$

2) Aus 2 ziehe man die Quadratwurzel, diese ist 1, schreibe sie rechts, dann sage man, 1 mal 1 ist 1, und 1 ziehe man von der ersten Klasse 2 ab:

$\sqrt{2 \mid 56}\{1$
1
1

3) Zum Reste 1 setze man die nächste Klasse 56, nehme 1 doppelt schreibe 2 unter 5, weil

oben nur eine Ziffer frei sein darf, und dann dividire man, und schreibe den Quotienten 6 rechts neben 1 und neben den Divisor 2:

$$\begin{array}{r|l} \sqrt{2} & 56 \{ 16 \\ 1 & \\ \hline 156 & \\ :\ 26 & \end{array}$$

4) Man multiplizire 26 mit 6, und ziehe das Produkt von 256 ab:

$$\begin{array}{r|l} \sqrt{2} & 56 \{ 16 \\ 1 & \\ \hline 156 & \\ :\ 26 & \\ 156 & \\ \hline & \end{array}$$

Es ist also $\sqrt{256} = 16$, das ist, es waren 16 Personen, und jede verzehrte 16 Batzen, oder 1 fl. 4 kr.

5) Zur Probe sage man: eine Person verzehrte 16 Batzen, was verzehrten 16 Personen?

Pers.	Batz.	Pers.	fl.
1	16	16	x?

$$\begin{array}{r} 16 \\ \times 16 \\ \hline 96 \\ 16 \\ \hline \end{array}$$

256 Batz. : 15 = 17 fl. 1 Batzen verzehrten diese 16 Personen.

$$\begin{array}{r} 256 \\ :\ 15 \\ \hline 15 \\ \hline 106 \\ :\ 15 \\ \hline 105 \\ \hline \end{array}$$

Rest 1 Batzen.

II. Beispiel:

Ein großer Saal ist mit 54756 Quadersteinen in der Gestalt eines regulären Viereckes bedeckt; wie viel solche Steine sind der Länge und Breite nach in einer Linie gelegt?

Auflösung:

Man ziehe aus 54756 die Quadratwurzel auf folgende Weise aus:

1) Man theile die Zahl 54756 in Klassen, man erhält drei Klassen, und deßhalb bekommt auch die Wurzel 3 Ziffern:

$$\sqrt{5 \mid 47 \mid 56}\{$$

2) Man ziehe die Wurzel aus der ersten Klasse aus, schreibe sie rechts, erhebe sie zum Quadrate, und ziehe dieses von der ersten Klasse ab:

$$\sqrt{5 \mid 47 \mid 56}\{2$$

$$\underline{4}$$

$$1$$

3) Zum Reste 1 setze man die nächste Klasse 47, nehme den Quotienten 2 doppelt, und setze 4 unter 4 als Divisor, man dividire, setze den neuen Quotienten rechts neben den vorigen, und neben den Divisor 4, dann multiplizire man 43 mit 3, und subtrahire 129 von 147:

$$\sqrt{5 \mid 47 \mid 56}\{23$$

$$\underline{4 \quad |}$$

$$147$$

$$: \quad 43$$

$$\underline{129}$$

$$18$$

4) Zum Reste 18 setze man die nächste Klasse 56, nehme die zwei Wurzeltheile 23 doppelt, schreibe ihr Duplum 46 so unter 1856, daß von 46 das Ziffer 6 unter 5 kommt; dann dividire man, schreibe den neuen Quotienten 4 rechts neben die Wurzeltheile 23 und neben den Divisor 46; endlich multiplizire man 864 mit 4, und ziehe das Produkt 1856 von 1856 ab, wie hier:

$$\begin{array}{l|l|l|l} \sqrt{5} & 47 & 56 & 234 \\ 4 & & & \\ \hline 147 & & & \\ : \quad 43 & & & \\ : \quad 129 & & & \\ \hline 1856 & & & \\ : \quad 464 & & & \\ 1856 & & & \\ \hline - & & & \end{array}$$

Es ist demnach $\sqrt{54756} = 234$; das heißt, der Länge und der Breite nach liegen in einer Reihe allemal 234 Quadersteine.

III. Beispiel:

Ein Hauptman will eine Schanze einnehmen und besteigen lassen; der Wassergraben um dieselbe ist 24 Fuß breit, und das Werk 32 Schuh hoch. Wie lange müssen die Sturmleitern sein, wenn sie diesseits des Grabens angesetzt werden, und über den Graben die Höhe des Werkes erreichen sollen?

Auflösung:

Nach den Lehrsätzen der Geometrie muß man die Zahlen, welche die Höhe der Mauern, und die Breite des Grabens ausdrücken, mit sich selbst multipliziren, oder zum Quadrate erheben, dann beide Quadrate addiren, und aus denselben die Quadratwurzel ausziehen; daher geschieht die Auflösung auf diese Weise:

1) Man erhebe 24 und 32 zum Quadrate, und addire diese:

24	dann	32
X24		X32
96		64
48		96
576		1024

ferner:

576
+1024
Summe = 1600;

2) Aus 1600 ziehe man die Quadratwurzel aus:

√16 | 00 = 40.
16 |
—

Die Sturmleitern müssen demnach 40 Fuß lang seyn.

3) Zur Probe quadrire man 40, das ist, man multiplizire 40 mit sich selbst, man muß wieder 1600 erhalten:

40
X40
1600

IV. Beispiel:

Wenn man aus der Zahl 3'319.684 die Quadratwurzel auszieht, so findet man, wann dieses Rechenbuch zum fünfundzwanzigsten Male aufgelegt wurde; in welchem Jahre fand dieses statt?

Auflösung:

Man ziehe der angegebenen Vorschrift gemäß aus der Zahl 3'319.684 die Quadratwurzel, man findet das Jahr 1822, wie man hier sieht:

√ 3 | 31 | 96 | 84 = 1822
1

231
: 28
224

796
: 362
724

7284
: 3642
7284

Dasselbe geschah demnach im Jahre 1822.

§. 117.

Die Regeln für das Ausziehen der Kubikwurzeln.

1) Man theile die gegebene Kubikzahl von der rechten zur linken Seite in Klassen, und gebe jeder Klasse drei Ziffern, mit Ausnahme der letzten links stehenden Klasse, die auch eine oder zwei Ziffern haben darf; und mache rechts ein Trennungszeichen; die Wurzel erhält wieder so viele Ziffern, als Klassen vorhanden sind.

2) Nach der zweiten Tabelle des §. 115 ziehe man die Kubikwurzel aus der ersten Klasse, und wenn sie in der Tabelle nicht genau vorkommt, so nehme man die nächst kleinere Kubikzahl, dann schreibe man dieselbe rechts, erhebe sie zum Kubus, und ziehe ihren Kubus von der ersten Klasse ab.

3) Zum Reste setze man die nächste Klasse, man nehme das dreifache Quadrat des ersten Wurzeltheiles, schreibe es so, daß oben noch zwei Ziffern frei bleiben, dann dividire man, und schreibe den Quotienten zum ersten Wurzeltheile rechts hin.

4) Jetzt setze man drei Produkte, nämlich

a) das dreifache Quadrat des ersten Wurzeltheiles multiplizire mit dem zweiten Wurzeltheile; dann

b) das dreifache Quadrat des zweiten Wurzeltheiles multiplizirt mit dem ersten Wurzeltheile; und

c) den Kubus des zweiten Wurzeltheiles.

Diese drei Produkte schreibe man so an, daß vom ersten Produkte die letzte Ziffer unter die erste Ziffer, dann die letzte Ziffer des zweiten Produktes unter die zweite Ziffer, und die letzte

Ziffer des dritten Produktes unter die dritte Ziffer der herabgesetzten Klasse zu stehen kommt.

5) Man zähle diese drei Produkte zusammen, wie sie dastehen, und ziehe ihre Summe vom vorigen Reste, und der beigefügten Klasse ab.

6) Zum Reste setze man die nächste Klasse, betrachte die beiden schon gefundenen Wurzeltheile als einen Theil, nehme davon das dreifache Quadrat, schreibe dessen letzte Ziffer unter die erste Ziffer der herabgesetzten Klasse, dann dividire man, und verfahre ganz, wie vorhin;

7) Das nämliche Verfahren wiederhole man so lange, bis man alle Theile der Wurzel gefunden hat.

8) Ist einmal der Divisor zu groß, und man kann nicht dividiren, so schreibe man eine Null in die Wurzel, setze die nächste Klasse herab, und verfahre dann wieder auf die vorige Weise.

I. Beispiel:

Ein Pfeiler hat die Gestalt eines Würfels, und hält im Kubikinhalte 474552 Kubikzoll; welche Dicke, Höhe und Breite hat derselbe?

Auflösung:

Weil beim Würfel oder Kubus die Dicke, Höhe und Breite gleich groß ist, so ziehe man aus der Zahl 474552 die Kubikwurzel auf folgende Weise:

1) Man theile die Zahl 474552 in Klassen, und mache rechts ein Trennungszeichen:

$\sqrt[3]{474 \mid 552}$

2) Man ziehe nach der Tabelle b. des §. 115 aus 474 die Kubikwurzel aus, schreibe diese rechts, erhebe sie zum Kubus, und ziehe diesen von der ersten Klasse ab:

$$\begin{array}{l|l} \sqrt[3]{474} & 552\{7 \\ 343 & \\ \hline 131 & \end{array}$$

3) Zum Reste 131 setze man die nächste Klasse 552, man nehme von 7 das dreifache Quadrat, setze es so als Divisor, daß 7 unter den ersten 5er kommt, und man dividire, und setze den Quotienten rechts als den zweiten Wurzeltheil:

$$\begin{array}{l|l} \sqrt[3]{474} & 552\{78 \\ 343 & \\ \hline 131552 & \text{Kubus des ersten Theiles} \\ :\ 147 & \text{dreifache Quadrat des erst. Thl.} \end{array}$$

4) Man ziehe unten einen Strich, setze die aus den Regeln bekannten drei Produkte, und schreibe sie auf die angezeigte Weise an:

$$\begin{array}{l|l} \sqrt[3]{474} & 552\{78 \\ 343 & \\ \hline 131552 & \\ :\ 147 & \\ \hline 1176 & \text{dreif. Quadrat des erst. Thls. in 2ten,} \\ 1344 & \text{dreif. Quadr. des 2ten Thls. in 1ten,} \\ 512 & \text{Kubus des 2ten Theiles.} \end{array}$$

5) Man zähle diese Produkte, wie sie da stehen, zusammen, und ziehe ihre Summe 131552 ab:

$$\begin{array}{l|l} \sqrt[3]{474} & 552 \{ 78 \\ 343 & \\ \hline 131552 & \\ :\ 147 & \\ \hline 1176 & \\ 1344 & \\ 512 & \\ \hline 131552 & \text{Summe der drei Produkte.} \\ \hline - & \end{array}$$

Es ist also $\sqrt[3]{474552} = 78$, das heißt, die Mauer hat in der Dicke, Breite und Höhe 78 Zoll.

II. Beispiel:

Es wurden 28 fl. 48 kr., somit 13824 Häller unter einige Personen vertheilt. Jede Person bekam so viele Geldstücke, als es Personen waren, und jedes Geldstück galt so viele Häller, als so viel Geldstücke eine Person bekam. Wie viel waren es Personen, wie viel Häller galten die Geldstücke, und wie viel bekam jede Person?

Auflösung:

Die vorstehende Frage wird gelöst, wenn man aus der Zahl 13824 die Kubikwurzel auszieht, wie hier:

$\sqrt[3]{13}$ | 824 = 24
8 | Kubus des ersten Theiles

5824
: 12 dreifache Quadrat des ersten Theils,
48 dreifach Odr. des ersten Thls. in 2ten,
96 dreif. Quadr. des 2ten Theils in ersten
64 Kubus des zweiten Theiles.
5824

Es waren demnach 24 Personen, jede bekam 24 Geldstücke, und jedes davon galt 24 Häller oder einen Groschen.

Zur Probe setze man nach der einfachen geraden Regel: Detri an:

a) Eine Person erhält 24 Geldstücke, was erhalten 24 Personen?

Pers.	Geldst.	Pers.	Geldst.
1	24	24	x?

× 24
96
48
576 Geldstücke.

b) Ein Geldstück gilt 24 Häller, was gelten 576 Stücke?

Geldst.	Häller	Stücke	fl.
1	24	576	x?

× 24
2304
1152
13824 Häller.

Diese Häller mache man zu Gulden:

526		54	
11824 Hllr.		172(8 kr.	28 fl.
: 8888		: 66(0	
		Rest 48 kr.	

Man erhält wieder 28 fl. 48 kr.

III. Beispiel:

Wie lang, wie breit, und wie hoch muß ein würfelförmiges Gefäß sein, damit es 1728 Kubikfuß Wasser hält?

Auflösung:

Man ziehe aus 1728 die Kubikwurzel:

$$\sqrt[3]{1728} = 12 \text{ Schuh}$$

1

728

: 3

6

128

728

—

Das Gefäß muß demnach 12 Schuh lang, 12 Schuh breit und 12 Schuh hoch sein.

IV. Beispiel:

Man ziehe aus 784613312 die Kubikwurzel.

Auflösung:

$$\sqrt[3]{748} \mid 613 \mid 312 = 908$$

729

19613

: 243

19613312

24300

194400

17280

512

19613312

Die Kubikwurzel von 748613312 ist demnach 908.

Hier konnte man 196 mit 243 nicht dividiren; deßwegen hat man eine Null als den zweiten Wurzeltheil geschrieben, dann zu 19613 die nächste Klasse 312 gesetzt, und mit dem dreifachen Quadrate von 90, folglich mit 24300 dividirt. Ferner ist 194400 das dreifache Quadrat des ersten und zweiten Theiles in den dritten, dann 17280 ist das dreifache Quadrat des dritten Theiles in den ersten und zweiten, und 512 ist der Kubus des dritten Theiles 8.

Anmerkung: 1) Die angenommene Quadrat- oder Kubik-Wurzel ist zu groß, wenn man Produkte erhält, die größer sind, als die gegebenen Quadrat- oder Kubik-Zahlen.

2) Damit die Quadratwurzel nicht zu klein ist, muß der Rest allemal kleiner seyn, als die Summe aus der

doppelten Wurzel, und aus der Zahl 1; und daß die Kubikwurzel nicht zu klein ist, muß der Rest allemal kleiner seyn, als die Summe aus dem dreifachen Quadrate der Wurzel, dann aus der dreifachen Wurzel und aus der Zahl 1.

3) Wie die Quadrat- und Kubik-Wurzel, wenn am Ende ein Rest bleibt, durch Annäherung mittelst der Dezimalbrüche zu bestimmen ist, kann hier nicht gezeigt werden, weil die Rechnung mit Dezimalbrüchen nicht abgehandelt wurde; es konnte dieselbe nicht mehr gelehrt werden, weil das Buch schon durch den Vortrag der in den älteren Auflagen vorkommenden Zweige einen größeren Umfang erhielt, als es vorhin hatte.

Anhang,
welcher Zahlverhältnisse zu verschiedenen Uhren enthält.

§. 118.
Zahlen zu einer Minuten-Uhr.

	Zähne.	Triebe.
Schnecken-Rad hat	48	12
Groß Boden-Rad	54	6
Klein Boden-Rädlein	48	6
Kron-Rädlein	48	6
Steig-Rädlein	15	:

Zähne.	Trieb.
40	10
56	7
54	6
40	5
15	:

Zähne.	Trieb.
48	12
54	6
40	5
40	5
15	:

Oder:

Zähne.	Trieb.
48	12
60	7
54	6
45	6
15	:

Zähne.	Trieb.
40	10
53	6
50	6
45	5
13	:

Letztere zwei Zahlen wechseln dennoch so viel Spindelstreiche, als erstere machen, und zur Haltung der akkuraten Stunde angewendet sind.

Wenn eine sehr kleine Uhr zu machen ist, so halten Einige für besser, solche mit 6 Rädern zu machen, um einen größeren Zahn und Trieb zu bekommen; dabei ist dann zu bemerken, daß 6 Räder einen stärkeren Zug als 5 vonnöthen haben, und es können zu 6 Rädern folgende Zahlen gebraucht werden.

Zähne.	Trieb.
40	10
42	7
36	6
30	6
24	6
13	:

Zähne.	Trieb.
48	12
40	8
36	6
30	6
25	5
13	:

Die zwei ersten oberen Zahlen machen zwar etwas Mehrers von Spindelstreichen, wie es auch seyn soll: denn je kleiner das Werk, desto geschwinder geht es.

§. 119.

Zahlen zu einer Repetir-Uhr.

	Oder
50 : 10	50 : 10
60 : 6	56 : 6
54 : 6	54 : 6
48 : 6	46 : 6
13 : :	15 : :

Diese Zahlen wechseln.

Lauf- oder Schlagwerke	dazu mit vier Rädern, sammt dem Windfang.
48 : 6	mit 5 Rädern sammt dem Windfang.
45 : 5	
40 : 5	42 : 6
35 : 5	35 : 5
Windfang, : :	30 : 5
	25 : 5
	20 : 5
Windfang	: : :

§. 120.

Zahlen zu einer Stund-Uhr auf englische Art.

Schnecken-Rad	48 : 12
	54 : 6
	48 : 6
	48 : 6
	54 : :

NB. Ein Trieb, welcher ein Zwölfer ist, soll am Schnecken-Rade ausgeführt werden, welcher

Trieb das ganze Stundweiser: Rad mit 36 Zähnen treibt.

§. 121.

Eine Minuten: Uhr sammt dem Schlag-werke.

Schnecken: Rad	48 : 12
	54 : 6
	48 : 6
	48 : 6
	15 : :
	Schlagwerk dazu
	66 : 6
	48 : 6
	35 : 6
	30 : 5
	25 : 5
Windfang.	: : :

§. 122.

Zahlen zu Häng: und Kasten: Uhren, mit der Feder und dem Perpendikel.

NB. Wenn diese mit den Schnecken gemacht werden, so gehen sie akkurater zur Stund, als wenn sie mit dem angeschrauften Feder: Haus gemacht werden.

Für eine Häng: Uhr das Gehwerk.

Schnecken: Rad	64 : 8
Viertel: Rad	48 : 6
Boden: Rad	42 : 6
Kron: Rad	63 : 6
Steig: Rad	15 : :

Oder:

64 : 8
56 : 7
42 : 6
36 : 6
13 : :

Oder:

72 : 8
64 : 8
42 : 6
35 : 5
13 : :

Will man das Schlagwerk dazu machen, so sind es folgende Zahlen:

Schnecken : Rad	64 : 8	
Hammer : Rad	60 : 6	und 10 Schlag:
Herz : Rad	54 : 6	Nägel.
Anschlag : Rad	48 : 6	
Windfang	: :	

Das Schloß: Rad hat 78 Zähne, und der Trieb, der dieses treibt, hat 10 Zähne, und es muß der Trieb vom Hammer: Rade ausgeführt werden.

Oder:

Das Schlagwerk.

	64 : 8	
	56 : 8	8 Schlag: Nägel.
	60 : 6	
	54 : 6	
Windfang	: :	

Bei dieser letzteren Zahl hat das Schloß: Rad auch 78 Zähne und der Trieb 8.

§. 123.

Zahlen zu einer Repetir: Uhr.

Das Gehwerk nehme man oben an, oder wie hier:

Schnecken: Rad	64 : 8
	48 : 6
	42 : 6
	36 : 6
	15 : :

Viertel: Laufwerk.

Schnecken: oder Federhaus: Rad	64 : 8
Hammer: Rad, und 10 Schlag: Nägel	60 : 6
Schöpf: Rädel	60 : 6
: : :	54 : 6
Windfang.	: : :

Ganzes Stund: Schlagwerk.

Schnecken: oder Federhaus: Rad	96 : 8
Hammer: Rad	60 : 6
und 15 Schlag: Nägel.	
Schöpf: Rädel	60 : 6
: : :	54 : 6
Windfang	: : :

Die Anrichtung zu diesem Repetirwerke wird sowohl im Viertel: als ganzen Stund: Schlagwerke mit dem fallenden Rechen gemacht, und es lösen alle Viertelstunden die ganzen Stunden aus.

Obiges Gehwerk setze man nochmal hieher:

64 : 8
48 : 6
42 : 6
36 : 6
15 : :

Dieses Gehwerk kann mit folgenden Zahlen auf noch so lang gehend übersetzt werden; wie hier zwei zu sehen sind:

		Oder:
	72 : 8	80 : 8
Viertel-Rad	66 : 6	72 : 6
	54 : 6	48 : 6
	42 : 6	42 : 6
	15 : :	15 : :

Bey obigen Zahlen geht das Viertel-Rad in zwei Stunden einmal herum; daher ein Jeder das Viertelwerk darnach anzurichten wissen wird, es kann auch das Viertelwerk nicht anders als mit der Luft gemacht werden.

Das Stunden-Schlagwerk dazu ist folgendes:

	96 : 8	
Hammer-Rad	72 : 6	und 12 Schlagnägel.
	60 : 6	
	54 : 6	
Windfang	: : :	

Das Schloß-Rad hat 52 Zähne, und 8 im Triebe, und es muß der Trieb am Hammer- oder Schlag-Nägel-Rad ausgeführt werden.

Zum Ueberfluß will ich das Viertel-Schlagwerk dazu auch hieher setzen, als:

Schnecken- oder Feder-Haus-Rad	80 : 8	
Hammer- oder Schlag-Nägel-Rad	80 : 8	20 Schlagnägel.
	60 : 6	
	54 : 6	
Windfang	: : :	

Noch ein anderes Gehwerk auf 8 Tage übersetzt, es solle aber mit dem Schnecken und der Kette gemacht werden.

	96 : 8	
Viertel-Rad	72 : 6	
	48 : 6	
	42 : 6	
	15 : :	

Schlagwerk dazu

Feder-Haus-Rad	66 : 8	
Schlag-Nägel-Rad und 18 Schlag-Nägel.	72 : 6	
	66 : 6	
	60 : 6	
Windfang	: : :	

Das Schloß-Rad hat 52 Zähne, und im Trieb 12, und es muß der Trieb auch am Schlag-Nägelrad ausgeführt, oder angeschiftet werden.

§. 124.

Eine Zahl von vier Rädern mit dem Schnecken und der Kette.

Schnecken-Rad	66 : 6
Boden-Rad	55 : 5
Kron-Rad	50 : 5
Steigrad	21 : 5

Bei dieser Zahl kommt das Schnecken-Rad in 4 Stunden einmal herum, und es wird das Weiser-Werk vom Schnecken-Rad ausgeführet.

Gehwerk auf eine andere Art.

		Oder:
Viertel-Rad	72 : 8	77 : 7
	60 : 5	55 : 5
	50 : 5	45 : 5
	21 : 5	21 : :

Das Schlagwerk dazu.

Feder-Haus oder Schnecken-Rad	64 : 8
Hammer- oder Schlag-Nägel-Rad und 10 Schlag-Nägel.	60 : 6
	60 : 6
	54 : 6
Windfang	: : :

Das Schloß-Rad hat 78 Zähne und 10 im Trieb, und es muß der Trieb vom Hammer-Rad ausgeführt werden.

§. 125.

Zahlen zu einer Stock-Uhr mit Kette und Schnecken.

Schnecken-Rad	60 : 6
Boden-Rad	55 : 5
Kron-Rad	45 : 5
Steig-Rad	21 : :

Bei dieser Zahl kommt das Schnecken-Rad ebenfalls in 4 Stunden einmal herum, und es wird der Weiser vom Schnecken-Rad ausgeführt. Als Schlagwerk dazu kann das nächste obige genommen werden.

§. 126.

Zahlen zu Gewicht-Uhren mit dem Perpendikel.

Walzen-Rad	64 : 8
Boden-Rad	54 : 6
Kron-Rad	48 : 6
Steig-Rad	17 : :

Oder:		Oder:	
72	8	72	9
64	8	54	6
48	6	48	6
17	:	17	: :

Oder:		Oder:	
72	9	72	8
56	7	54	6
40	5	42	6
17	: :	19	: :

Oder:		Oder:	
72	8	64	9
54	6	56	7
48	6	42	6
15	:	21	:

Oder:		Oder:	
80	10	70	10
72	8	63	6
44	6	45	6
17	:	17	:

Erst obige Zahlen sind lauter Geh-Werke, und es kömmt bey jeder solcher Zahl das Walzen-Rad in zwei Stunden einmal herum; letztere zwei Zahlen wechseln, sie sind doch den andern Zahlen an den Spindelstreichen gleich, und das Walzen-Rad kommt in 2 Stunden einmal herum.

Viertel Schlag-Werk dazu.

Walzen-Rad	80 : 8
und 20 Schlag-Nägel	: : :
Herz-Rad	60 : 6
und ein doppeltes Herz	: : :
Das Anschlag-Rädlein	60 : 6
Windfang	: : :

Bei diesem Viertel-Werke kommt das Walzen-Rad in 2 Stunden auch einmal herum: daher die Viertelstund-Einfälle oder Kerben doppelt zu machen sind.

Das ganze Stund-Schlagwerk dazu.

Walzen-Rad	60	10	und 12 Schlag-
Herz-Rad	60	6	Nägel.
Anschlag-Rad	60	6	
Windfang	-	-	-

Das Schloß-Rad hat 52 Zähne und 8 im Trieb, und der Trieb muß vom Walzen-Rad ausgeführt werden.

Oder:

Ein anderes gutes Stund-Schlagwerk.

Walzen-Rad	65	10	und 13 Schlag-Nägel.
Herz-Rad	60	6	und ein doppeltes Herz.
Anschlagrädl	60	6	
Windfang	-	-	-

Bei diesen Zahlen muß das Schloß-Rad 48 Zähne haben, und 8 im Trieb, und es muß der Trieb auch vom Walzen-Rad ausgeführt werden.

§. 127.

Zahlen zu einer Repetir-Uhr mit Gewicht und Perpendikel.

Gehwerk auf 2 Stunden übersetzt.

Walzen-Rad	64	8
Boden-Rad	54	6
Kron-Rad	48	6
Steig-Rad	17	-

Viertel-Schlagwerke.

Walzen-Rad	80	8	und 20 Schlag-Nägel.
Herz-Rad	60	6	und ein doppeltes Herz.
Anschlag-Rädl	60	6	
Windfang	=	=	=

Weil das Viertel-Werk auch auf zwei Stunden übersetzt, das ist, weil das Walzen-Rad in den Vierteln in 2 Stunden einmal herum kommt, so müssen die Einfäll-Kerblein im Walzen-Rad auch doppelt gemacht werden.

Es muß das Walzen-Rad auch 8 Auflösungen oder 8 Auslös-Zapfen oder Nägel haben, und so die ganzen Repetir-Stunden auslösen.

Das ganze Stund-Schlag- oder Repetir-Werk.

Walzen-Rad	72	12	
Hammer- oder Schlag-Nägel-Rad	60	10	und 12 Schlag-Nägel.
Herz-Rad	60	6	und ein doppeltes Herz.
Anschlag-Rädl	60	6	
Windfang	=	=	=

Das Schloß-Rad hat 156 Zähne, und 6 im Trieb, und es muß der Trieb vom Schlag-Nägel-Rad ausgeführt werden.

Oder:

Das Schloß-Rad kann 130 Zähne haben, aber darnach 5 im Trieb.

§. 128.

Eine Gewicht-Uhr mit dem Perpendikel, welche durch die Verschiebung der 3 Viertel, als 1, 2, 3, und die ganze Stunden auf ein Laufwerk schlägt.

Gehwerk ist schon öfters oben gesetzt werden.

64	8
54	6
48	6
17	:

Laufwerk.

Walzen-Rad hat Zähne	100 : 12
25 Schlag-Nägel, die müssen aber auf beiden Seiten durch die Verschiebung schlagen.	
Herz-Rad mit dreifachem Herz	72 : 6
Anschlag-Rädlein	60 : 6
Windfang.	: : :

Das Schloß-Rad hat 96 Zähne, und 16 im Trieb. Es werden die Einfäll-Kerben der drey Viertel und ganzen Stunden auf ein Schloß-Rad gemacht.

§. 129.

Eine Gewicht-Uhr mit dem Perpendikel, auf 8 Tage übersetzt.

Walzenrad	80 : 10
Boden-Rad	64 : 8
Klein Boden-Rad	54 : 6
Kron-Rad	48 : 6
Steig-Rad	17 : :

Hier ist das Zeigerwerk nicht vom Walzen-Rad, sondern vom großen Boden-Rad auszuführen.

Schlagwerk.

Walzen-Rad	80 : 10
Hammer-Rad und 12 Schlag-Nägel.	60 : 10
Herz-Rad	60 : 6
und ein doppelt Herz	
Anschlag-Rädlein	60 : 6
Windfang.	: : :

Das Schloß-Rad hat 52 Zähne, und 8 im Trieb, und muß der Trieb am Hammer-Rad ausgeführt werden.

§. 130.

Zu einer unübersetzten Gewicht- und Perpendikel-Uhr.

Walzen-Rad	56 : 8
Boden-Rad	42 : 6
Kron-Rad	36 : 6
Steig-Rad	15 : :

Oder mit drey Rädern.

Walzen-Rad	96 : 6
Kron-Rad	60 : 5
Steig-Rad	23 : :

Schlagwerk dazu.

Walzen-Rad und 8 Schlag-Nägel.	60 : 10
Herz-Rad	54 : 6
und ein einfaches Herz	
Anschlag-Rad	48 : 6
Windfang	: : :

Das Schloß-Rad hat 39 Zähne und 4 im Trieb.

§. 131.

Zahlen zu Gewicht-Uhren mit der Unruhe.

Erstlich ein einfaches- und unübersetztes Gehwerk.

Walzen-Rad	66 - 6
Mittel-Rad	54 - 6
Steig-Rad	17 - -

Schlagwerk:

Walzen-Rad und 8 Schlag-Nägel	48 - 8
Herz-Rad und ein einfaches Herz.	48 - 6
Anschlag-Rädlein	42 - 6
Windfang	- - -

Das Schloß-Rad hat 39 Zähne, und 4 im Trieb.

Obiges Werk ist mit folgenden Zahlen auf zwei Stunden übersetzt.

Walzen-Rad	72 - 9
Mittel-Rad	65 - 5
Steig-Rad	23 - -

Das Viertel- und Stund-Laufwerk können oben bei den Perpendikel-Uhren, welche auf zwey Stunden übersetzt sind, genommen werden.

Mit 4 Rädern auf 8 Tage übersetzt.

Walzen-Rad	72	8
Weiser-Rad	72	6
Mittel-Rad	65	5
Steig-Rad	23	"

Laufwerk.

Walzen-Rad	70	10
Hammer-Rad mit 12 Schlag-Nägel	60	10
Herz-Rad mit doppeltem Herz	60	6
Anschlag-Rädlein	60	6
Windfang	"	"

Das Schloß-Rad hat 52 Zähne, und 8 im Trieb, welcher vom Schlag-Nägel-Rad auszuführen ist.

Mit 5 Rädern.

Walzen-Rad	80	10
Boden-Rad	72	8
Weiser-Rad	72	6
Mittel-Rad	65	5
Steig-Rad	23	"

Wenn ein Werk über 4 Räder hat, so wäre es besser, den Aufzug mit dem Schlüssel und Trummel-Walzen zu machen, als mit einer gemeinen Walze, weil das Gewicht sehr schwer seyn muß, und bei solcher Schwere die Gewichter in einer gemeinen Walze gerne sinken. Obiges Werk geht ohne den Taschen-Zug 12 Tage.

Wenn man ein Gewicht in den Taschen-Zug hänget, muß solches noch so schwer seyn.

§. 132.

Zahlen zu einer langen Perpendikel- oder englischen Probir-Uhr.

96	:	8
64	:	8
60	:	8
40	:	8
12	:	:

Oder mit 4 Rädern.

72	:	8
60	:	8
56	:	8
30	:	:

§. 133.

Zahlen zu einer Thurm-Uhr mit dem Perpendikel.

Walzen-Rad	80	: 10
Kron-Rad	64	: 8
Steig-Rad	29	: :

Bei dieser Zahl ist am Perpendikel ein Gegenschwung; will man aber den Perpendikel ohne Gegenschwung machen, so brauche man folgende Zahlen:

Walzen-Rad	80	: 10
Kron-Rad	72	: 8
Steig-Rad	31	: :

Viertel-Werk.

Walzen-Rad	80	: 8
Herz-Rad mit 10		
Schlag-Nägeln	66	: 6
Windfang	:	: :

Stund=Schlagwerk.

Walzen=Rad	72 : 12
und 6 Schlag=Nägel.	
Herz=Rad	72 : 6
Windfang	: : :

Nun folgen die meisten Zahlen zu den Schloß=Rädern und derer Trieben, wie auch die Zahl der Schläge, oder Schlag=Nägel. Dann stehen zur linken Hand die Triebe, in der Mitte die Schläge, oder Schlag=Nägel, und zur rechten Hand die Zähne der Schloß=Räder, wie hier:

Trieb.	Schlag=Nägel.	Zähne.
3	6	39
4	6	52
5	6	56
6	6	87
7	6	91
4	8	39
8	8	78
5	10	39
10	10	78
4	12	26
6	12	39
8	12	52
10	12	65
12	12	78
14	12	91

Trieb.	Schlag-Nägel.	Zähne.
7	14	39
14	14	78
8	16	39
16	16	78
3	18	13
6	18	26
9	18	39
12	18	52
15	18	65
18	18	78
31	18	91
14	18	104
10	20	39
20	20	78
22	22	39
11	22	76
4	24	23
8	24	25
12	24	39
16	24	52
20	24	65
24	24	78

Es können auch ungrade Schlag-Nägel, welche sammt Schloß-Räder-Zahlen ihren Trieben und Schlag-Nägeln folgen, gemacht werden; dabei ist aber zu merken, daß die Schlag-Nägel in die Zähne ihres eigenen Schlag-Nägel-Rads wie auch die Trieb, in welche das Schlagnägel-Rad eingreift, jederzeit ohne Rest aufgehen.

Trieb.	Schlag-Nägel.	Zähne.
7	7	78
3	9	26
6	9	52
9	9	78
11	11	78
3	13	18
4	13	24
5	13	30
6	13	36
7	13	42
8	13	48
9	13	54
10	13	60
11	13	66
12	13	72
13	13	78
14	13	84
15	13	90
16	13	96
5	15	26
10	15	52
15	15	78
17	17	78
19	19	78
7	21	26
14	21	52
21	21	78
23	23	78

§. 134.

Zweifache Anweisung, eine Zahl auszurechnen, sie mag wechseln oder nicht.

Beispiel:

Ich will wissen, wie viel nachstehende Zahl, welche zu einer Gewicht Perpendikel-Uhr gewidmet ist, Spindel-Streich mache?

64 : 8
54 : 6
48 : 6
17 : :

Erstlich setze den obern Trieb, nämlich 6 gegen die linke Hand, 17 als die Zähne des Steig-Rads in die Mitte, und 48 als die Zähne des Kron-Rads hinten gegen die rechte Hand, und berechne es nach der Regel-Detri wie hier:

6 17 48
17
336
48
816

816 | 136
666 :

Darnach setze den mittlern Trieb, als 6 wieder vornen, 136 in die Mitte, 54 als die Zähne des Boden-Rads hinten gegen die rechte Hand, wie hier:

423

6 136 54

54

544

680

7344

112
7344 | 1224
: 6666

Drittens, setze den untern Trieb, als 8, wieder gegen die linke Hand, 1224 in die Mitte, und 64, als die Zähne des Walzen-Rads, gegen die rechte Hand, wie hier:

8 1224 64

64

4896

7344

78336

611
78336 | 9792 Spindelstreiche.
: 8888

Es thun also obige Zahlen 9792 Spindelstreiche in 2 Stunden, weil das Walzen-Rad in 2 Stunden einmal herum kommt.

Oder:

Mache es also: dividire den obern Trieb, mithin 6 in 48, als in die Zähne des Kron-Rads, wie hier:

48 | 8
: 8

Darnach multiplizire diesen Quotienten 8 mit 17, als den Zähnen des Steig-Rads, wie hier:

17
8
136

Zweitens, dividire den mittlern Trieb, mithin 6 in 54, als in die Zähne des Boden-Rads, wie hier:

54 | 9
: 6

Dann multiplizire diesen Quotienten mit 136, wie hier:

136
9
1224

Drittens, dividire mit 8 als dem untern Triebe, in 64, als die Zähne des Walzenrades, wie hier:

64 | 8
: 8

Diesemnach multiplizire diesen Quotienten 8 mit 1224, wie hier;

1224
8
9792 Spindelstreiche, wie oben.

Letztere Art ist kürzer und leichter, wenn die Zahlen nicht wechseln; wenn aber die Zahlen wechseln, so ist wegen den Brüchen, die meistentheils in den Wechsel-Zahlen vorkommen, die erstere Art besser und leichter; wo dann eine Wechsel-Zahl folget, welche nach erster Art behandelt wird.

Berechne nachstehende Wechsel-Zahl, wie viel Spindelstreiche sie thue.

70 : 10
63 : 6
47 : 6
17 : —

Erstens, setze 6, als den obern Trieb, gegen die linke Hand, 17 als die Zähne des Steig-Rads, in die Mitte, und 47 als die Zähne des Kron-Rads, gegen die rechte Hand, und berechne es nach der Regel-Detri, wie hier steht:

6 17 47
17
329
47
662

Zweitens, setze den mittlern Trieb 6 wieder gegen die linke Hand, $133\frac{1}{6}$ in die Mitte, und 63 als die Zähne des Boden-Rads, gegen die rechte Hand, wie hier:

426

6 — 133 1/6 — 63

×6 — 799

36 — 63

2397

4794

50337

50337 | 1398 9/36 = 1398 1/4, weil

: 36''' | man den Bruch 9/36 mit

36 | 9 verkleinern kann.

143

: 36

108

353

: 36

324

297

: 36

288

9

Drittens, setze 10, als den untersten Trieb, gegen die linke Hand, 1398 1/4 in die Mitte, und 70, als die Zähne des Walzen-Rads, hinten gegen die rechte Hand, wie hier:

10 — 1398 1/4 — 70

×4 — 5593

40 — 70

39151 ϕ

39151 | 9787 1/4 Spindelstreiche.

: ****

Wenn man mit einem Worte durch eine Zahl, sie mag wechseln oder nicht, ausrechnen will, wie viel das Werk, es mag lang oder kurz gehen, Spindelstreiche thun soll, so setze man die Zahlen und Triebe ordentlich an, und verfahre nach einer der beiden angezeigten Arten; kommen dann mehr oder weniger Spindelstreiche, als verlangt wurden, heraus, so sind die Zähne und Triebe entweder zu vermindern, oder zu vermehren, und dieses Verfahren setze man so lange fort, bis man die verlangte Zahl der Spindelstreiche erhält.

BSB Bayerische StaatsBibliothek
MDZ Münchener DigitalisierungsZentrum Digitale Bibliothek

Lechner, Johann B.

Johann Baptist Lechner's vollständiges Rechenbuch enthaltend: Das Numeriren und die vier Grundrechnungsarten mit ganzen unbenannten und benannten Zahlen

Augsburg 1823

Augsburg, Staats- und Stadtbibliothek -- Math 1264
urn:nbn:de:bvb:12-bsb11267818-7